

مهندسا

پایه ی دهم « رشته ی ریاضی و فنریک »

فصل (۴) : فضا و تجسم فضایی

تهیه کننده : جابر عامری

دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی

مهر ۱۳۹۵

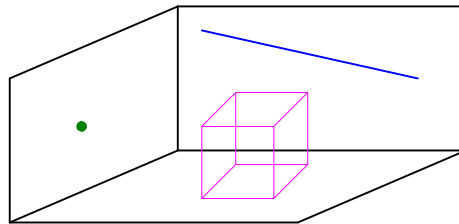
## فصل چهارم

### درس اول: مقدمات مفاهیم اساسی در فضا

در این درس، علاوه بر معرفی مقدماتی مفهوم فضا، حالت‌های مختلف خط و صفحه در فضا را نیز بیان می‌کنیم.

#### مفهوم فضا

محیطی که در آن زندگی می‌کنیم، مدلی از فضای سه بعدی یا به عبارت کوتاه‌تر فضا است. فضا مانند نقطه و خط و صفحه یک اصطلاح تعریف نشده است. در واقع فضای سه بعدی مجموعه‌ای از بی‌نهایت نقطه است که خط و صفحه زیر مجموعه‌ای از نقاط آن به حساب می‌آیند. خط راست از هر دو طرف نامحدود است. صفحه نیز از هر طرف ادامه دارد و ضخامتی ندارند، لذا می‌توان گفت که خط دارای یک بعد و صفحه دارای دو بعد می‌باشند.



در شکل مقابل، گوشه‌ای از یک اتاق را تجسم<sup>۱</sup> می‌کنیم. طوری که روی یک دیوار آن یک نقطه، روی دیوار دیگر خط و روی کف زمین آن یک مکعب مشاهده می‌شود. نقطه هیچ بعد ندارد، خط یک بعدی است و فقط می‌توان آن را امتداد داد و هیچ ضخامتی ندارد. مکعب، سه بعدی است و دارای طول و عرض و ارتفاع می‌باشد. هر یک از دیوارهای شکل را می‌توان صفحه فرض کرد. صفحه دو بعدی است و می‌توان آن را از هر طرف امتداد داد و بدون ضخامت است.

در این جزوه هر جا کلمه‌ی خط آمده باشد، منظور خط راست می‌باشد.

<sup>۱</sup>. تصویری از یک موضوع که در ذهن نقش می‌بندد را تجسم می‌نامند.

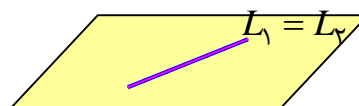
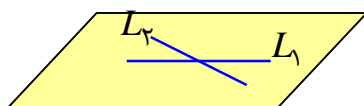
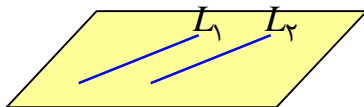
### ☑ حالت های مختلف دو خط در صفحه

دو خط در صفحه حالت های زیر را نسبت به هم دارند.

الف : موازی (هیچ نقطه ی مشترک ندارند).

ب : متقاطع ( فقط در یک نقطه مشترک هستند).

ج : منطبق ( در تمام نقاط مشترک هستند).



### توجه :

۱ : از هر نقطه در صفحه ، بیشمار خط می گذرد.

۲ : از دو نقطه‌ی متمایز در صفحه ، فقط یک خط می گذرد.

۳ : از هر نقطه‌ی بیرون یک خط در صفحه، فقط یک خط موازی آن می گذرد.

۴ : در هر صفحه دو خط موازی با یک خط ، با هم موازیند.

۵ : در هر صفحه دو خط عمود بر یک خط ، با هم موازیند.

\*\*\*

### ☑ حالت های مختلف دو خط در فضا

دو خط در فضا حالت های زیر را نسبت به هم دارند.

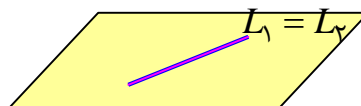
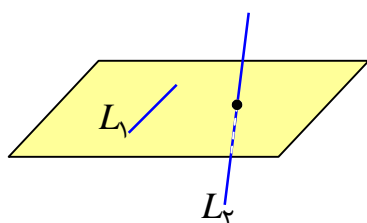
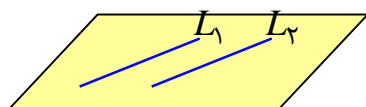
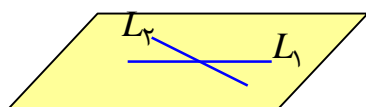
الف : متقاطع ( فقط در یک نقطه مشترک هستند).

ب : موازی (هیچ نقطه‌ی مشترک ندارند و صفحه‌ای وجود دارد که شامل هر دوی آنها است).

ج : متناظر (هیچ نقطه‌ی مشترک ندارند و صفحه‌ای وجود ندارد که شامل

هر دوی آنها است).

د : منطبق ( در تمام نقاط مشترک هستند).



### توجه :

- ۱ : از هر نقطه در فضا ، بیشمار خط می گذرد.
- ۲ : از دو نقطه‌ی متمایز در فضا ، فقط یک خط می گذرد.
- ۳ : از هر نقطه‌ی بیرون یک خط در فضا ، فقط یک خط موازی آن می گذرد.
- ۴ : در فضا دو خط موازی با یک خط ، با هم موازیند.
- ۵ : از هر خط در فضا ، بیشمار صفحه می گذرد.
- ۶ : اگر دو نقطه‌ی متمایز از خطی، در یک صفحه باشند، آن خط به تمامی در آن صفحه قرار می گیرد.

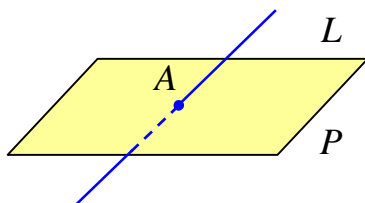
**تمرین :** آیا دو خط عمود بر یک خط در فضا ، لزوماً با هم موازیند؟ ( چرا؟ )

**تمرین :** آیا دو خط متنافر می توانند بر هم عمود باشند. عمود بودن آنها چگونه تعریف می شود؟

\*\*\*

### ☑ حالت های مختلف یک خط و یک صفحه در فضا

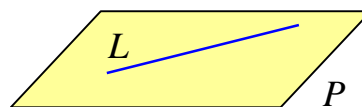
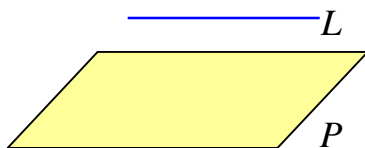
یک خط و یک صفحه در فضا حالت های زیر را نسبت به هم دارند.



الف : متقاطع ( فقط در یک نقطه مشترک هستند).

ب : موازی (هیچ نقطه‌ی مشترک ندارند. )

ج : منطبق ( در تمام نقاط مشترک هستند).



\*\*\*

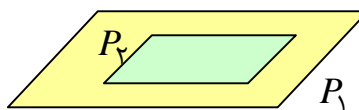
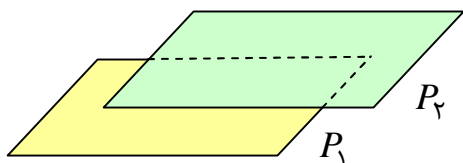
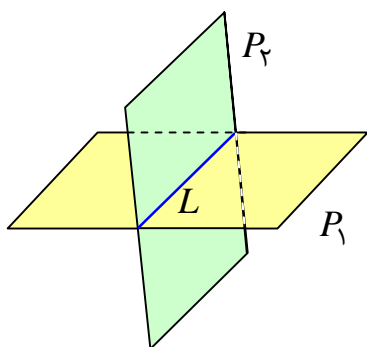
### ☑ حالت های مختلف دو صفحه در فضا

دو صفحه در فضا حالت های زیر را نسبت به هم دارند.

الف : متقاطع ( فقط در یک خط مشترک هستند.)

ب : موازی (هیچ نقطه ی مشترک ندارند.)

ج : منطبق ( در تمام نقاط مشترک هستند.)



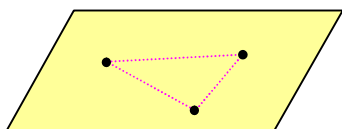
اگر دو صفحه متقاطع باشند، همدیگر را در یک خط قطع می کنند، این خط را **فصل مشترک دو صفحه** می نامند.

\*\*\*

### ☑ صورت های مشخص کردن صفحه در فضا

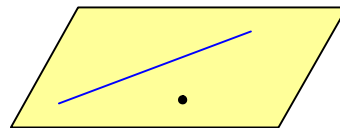
یک صفحه در فضا به یکی از حالت های زیر مشخص می شود.

۱ : از هر سه نقطه ی متمایز غیر واقع بر یک خط، یک و تنها یک

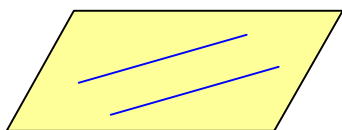


صفحه می گذرد.

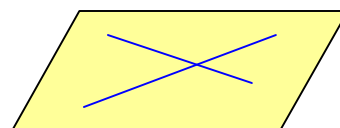
۲ : از یک خط و یک نقطه ی بیرون آن، یک و تنها یک صفحه می گذرد.



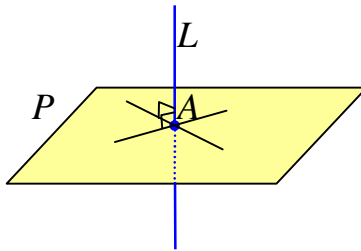
۳ : از دو خط متمایز موازی، یک و تنها یک صفحه می گذرد.



۴ : از دو خط متقاطع، یک و تنها یک صفحه می گذرد.



### ☑ تعامد خط و صفحه در فضا



یک خط مانند  $L$  را بر صفحه‌ی  $P$  در نقطه‌ی  $A$  عمود گویند، هرگاه بر تمام خط‌های گذرا از  $A$  و منطبق بر صفحه‌ی  $P$  عمود باشد.

**نتیجه:** اگر خطی بر دو خط متقاطع از صفحه‌ای، عمود باشد، آن خط بر صفحه عمود است.

### توجه:

۱: دو صفحه‌ی عمود بر یک خط با هم موازیند.

۲: دو خط عمود بر یک صفحه با هم موازیند.

۳: دو صفحه‌ی موازی با یک صفحه، با هم موازیند.

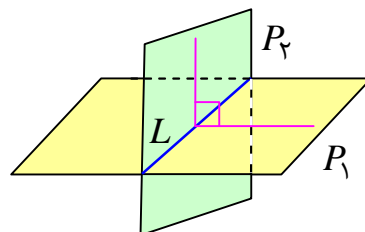
۴: اگر خطی بر یکی از دو صفحه‌ی موازی، عمود باشد، بر دیگری نیز عمود است.

**تمرین:** اگر خطی بر یک خط از صفحه‌ای عمود باشد، آیا می‌توان گفت که بر آن صفحه عمود است؟

\*\*\*

### ☑ تعامد دو صفحه در فضا

دو صفحه را عمود بر هم می‌نامند، هرگاه هر کدام شامل خطی باشد که بر دیگری عمود است.



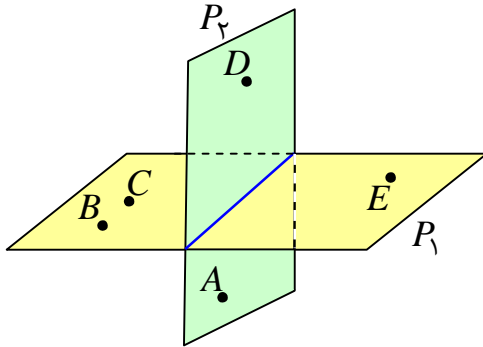
**تمرین:** آیا دو صفحه‌ی عمود بر یک صفحه لزوماً موازیند؟ چرا؟

تمرین:

\*\*\*

### تمرین برای حل :

۱: با توجه به شکل مقابل به سؤالات زیر پاسخ دهید.



الف) چند صفحه در شکل می بینید، نام گذاری کنید.

ب) سه نقطه پیدا کنید که در یک صفحه باشند.

ج) چهار نقطه پیدا کنید که در یک صفحه نباشند.

د) دو خط  $AB$  و  $CE$  نسبت به هم چه وضعی دارند؟

هـ) دو خط  $AC$  و  $CE$  نسبت به هم چه وضعی دارند؟

۲: منشور سه پهلو زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) سه جفت خط متمایز دو به دو موازی نام ببرید.

ب) سه جفت خط متمایز دو به دو متناظر را نام ببرید.

ج) سه جفت خط دو به دو متقاطع را نام ببرید.

د) سه خط هم‌مس نام ببرید.

هـ) سه جفت خط و صفحه‌ی موازی نام ببرید.

و) دو صفحه‌ی موازی نام ببرید.

ز) سه صفحه‌ی دو به دو متقاطع نام ببرید.

۳: از هر نقطه‌ی غیر واقع بر یک صفحه، چند صفحه می توان بر آن صفحه عمود رسم کرد؟ چرا؟

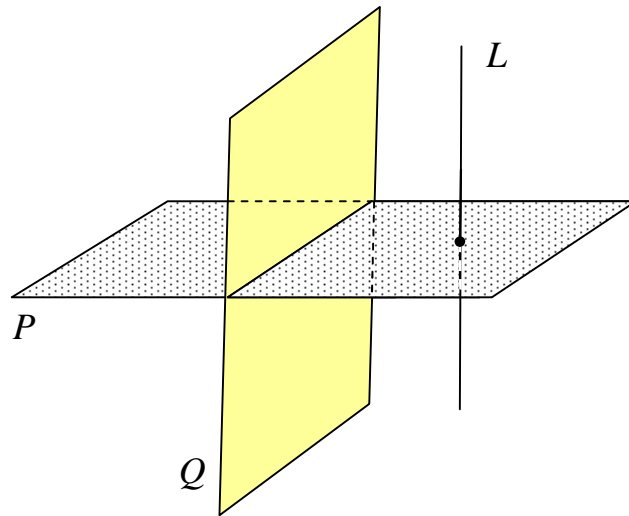
۴: از هر خط موازی یک صفحه، چند صفحه می توان گذراند که بر آن صفحه عمود باشند؟

۵: از هر خط عمود بر یک صفحه، چند صفحه می توان گذراند که بر آن صفحه عمود باشند؟

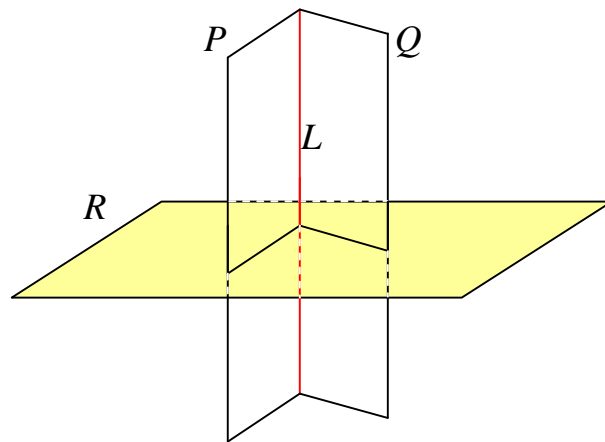
۶: از هر خط متقاطع و غیر عمود بر یک صفحه، چند صفحه می توان گذراند که بر آن صفحه عمود باشد؟

۷: مطابق شکل زیر دو صفحه‌ی  $P$  و  $Q$  بر هم عمودند و خط  $L$  نیز بر صفحه‌ی  $P$  عمود است. این خط

نسبت به صفحه‌ی  $Q$  چه وضعی دارد؟



▲ : مطابق شکل زیر دو صفحه‌ی متقاطع  $P$  و  $Q$  بر صفحه‌ی  $P$  عمودند. فصل مشترک این دو صفحه نسبت به صفحه‌ی  $R$  چه وضعیتی دارد؟



\*\*\*

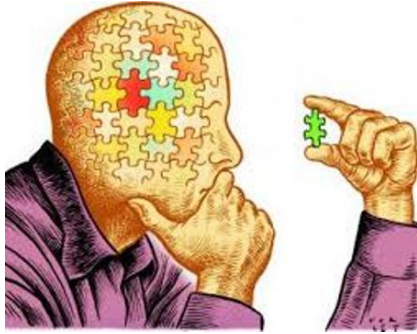
تهیه کننده : جابر عامری ، دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی



## فصل چهارم

### درس دوم : تفکر تجسمی

ما در نوعی از تفکر خود با زبان کلمات و مفاهیم سروکار داریم. به عبارتی با کنار هم قرار دادن کلمات و



عبارات در ذهن فکر می‌کنیم. در واقع یک نوع تکلم که به

صورت ذهنی انجام می‌دهیم ولی جملات را به زبان

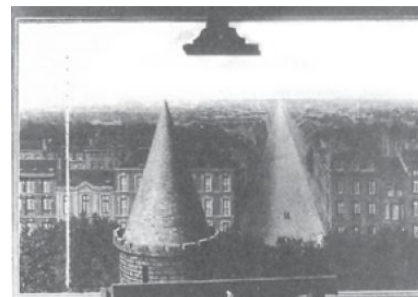
نمی‌آوریم. در کنار این شیوه تفکر ، تفکر تجسمی یا دیداری

قرار می‌گیرد. در تفکر تجسمی، جملات و شیوه های زبانی

برای تفکر استفاده نمی شود، بلکه این تصاویر هستند که در

ذهن ما نقش می بندند و به ما کمک می کنند درباره‌ی موضوع مورد نظر فکر کنیم.

به تصاویر زیبای زیر توجه کنید و برداشت خود را از آنها بیان کنید.



استفاده از تصویر سازی ذهنی به جای بکارگیری عبارات و جملات کلامی

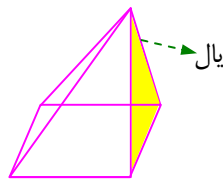
را تفکر تجسمی می نامند.

\*\*\*

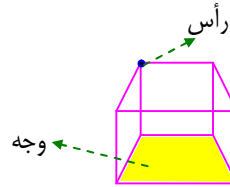
برای آشنایی با این موضوع شایسته است، ابتدا چند وجهی و اجزای آن را معرفی کنیم.

☑ چند وجهی

بخشی از فضا که از همه طرف به یک چندضلعی مسطح محدود باشد، جسمی پدید می‌آورد که به آن چندوجهی می‌گویند.



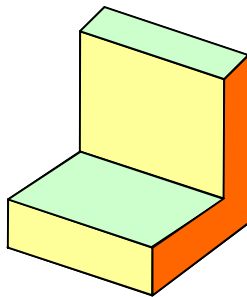
پنج وجهی



شش وجهی

در یک چندوجهی هر کدام از چندضلعی‌ها را یک **وجه** و ضلع‌های این وجه‌ها را **یال** و رأس‌های این وجه‌ها را **رأس** گویند.

**تمرین:** در شکل زیر



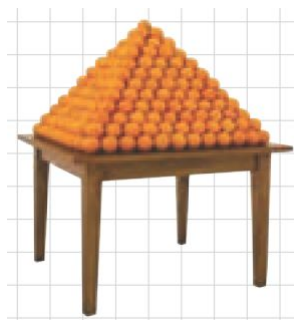
الف: دو یال موازی نام گذاری کنید.

ب: دو یال عمود بر هم نام گذاری کنید.

ج: دو وجه عمود بر هم و دو وجه موازی هم را مشخص کنید.

د: تعداد وجوه، یالها و رؤس را بنویسید.

**تمرین:** در تصویر روبرو چند پرتقال روی میز چیده شده است.



حل: در ردیف اول چینش پرتقال‌ها به صورت یک مربع  $12 \times 12$  و در ردیف دوم چینش پرتقال‌ها به

صورت یک مربع  $11 \times 11$  و .... چون دوازده ردیف وجود دارد. لذا تعداد پرتقال‌های می شود:

$$(12 \times 12) + (11 \times 11) + (10 \times 10) + \dots + (3 \times 3) + (2 \times 2) + (1 \times 1) = 650$$

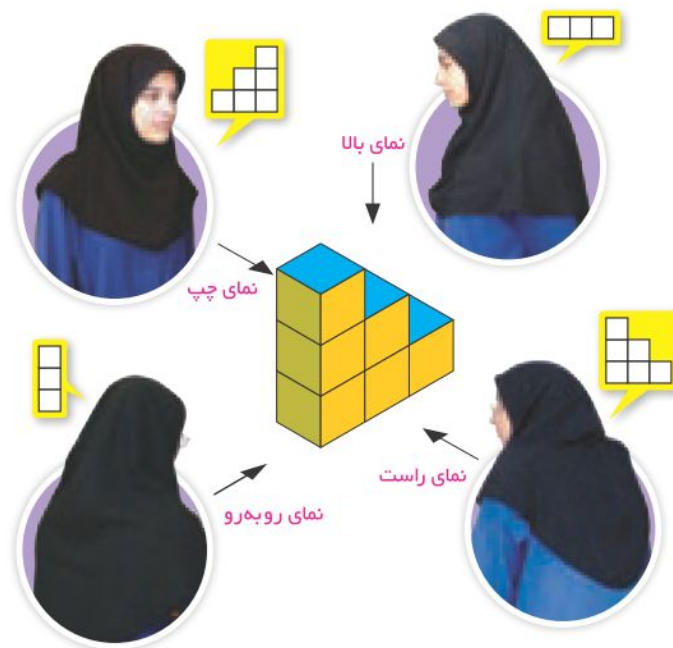
\*\*\*

## ☑ نماهای مختلف تفکر تجسمی

هرگاه در تفکر به جای استفاده از عبارت ها ، کلمات و یا شیوه های زبانی از تصاویر استفاده کنیم، تفکر را تفکر تجسمی می گویند. در تفکر تجسمی از نماهای (زاویه های دید ) مختلف به یک شیئی نگاه می شود و تصویری از آنچه که دیده می شود، را رسم می شود. در تفکر تجسمی سه نما کاربرد های بیشتر دارند.

الف) نمای بالا                      ب) نمای چپ                      ج) نمای روبرو

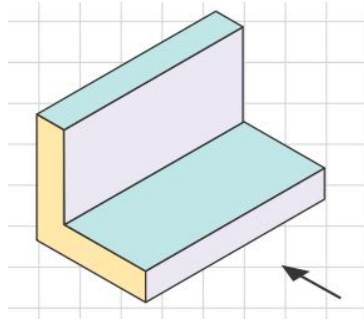
**مثال :** شکل هایی که از دانش آموزان تصویر زیر از نماهای مختلف از شیئی مورد نظر دارند، به صورت زیر می باشد.



نمونه ای دیگر از تفکر تجسمی از نماهای مختلف نیز در تصویر زیر نیز مشاهده می کنید.



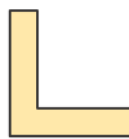
**تمرین:** نماهای بالا، چپ و روبرو تصویر زیر را رسم کنید.



حل:



نمای روبرو



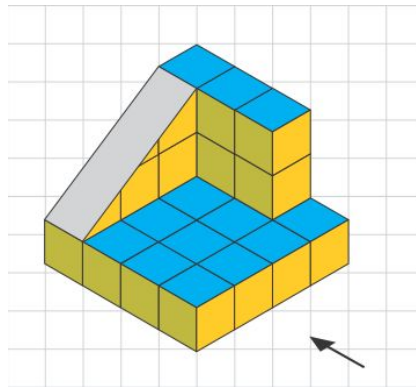
نمای چپ



نمای بالا

**تمرین:** برای شکل زیر، نماهای مختلف رسم شده است. مشخص کنید در هر تصویر از کدام جهت به

شکل نگاه شده است؟



حل:

نمای روبرو



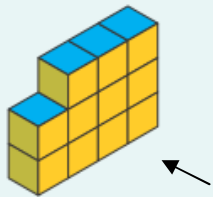

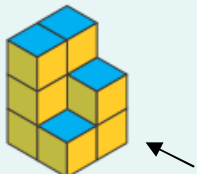
نمای چپ



نمای بالا



**تمرین :** سعی کنید از جهت های مختلف به هر شکل نگاه کرده و آن نما را رسم کنید.

	نمای چپ	نمای بالا	نمای روبه‌رو
			
			
			

حل :

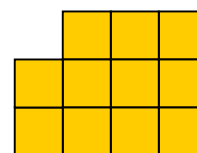
ردیف اول :



نمای چپ

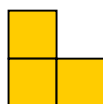


نمای بالا



نمای روبرو

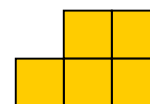
ردیف دوم :



نمای چپ

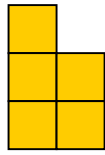


نمای بالا

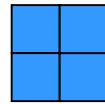


نمای روبرو

ردیف سوّم :



نمای چپ



نمای بالا

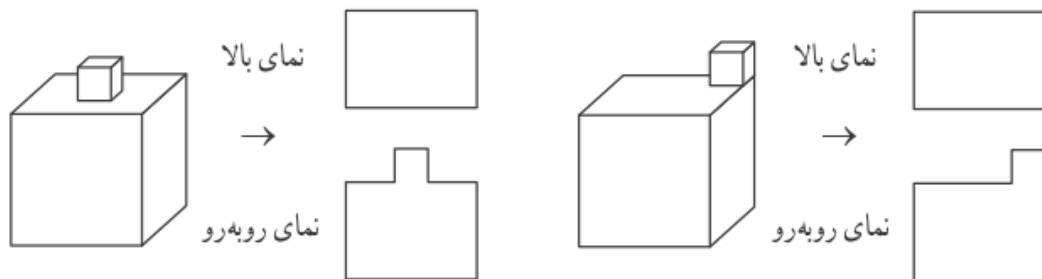


نمای روبرو

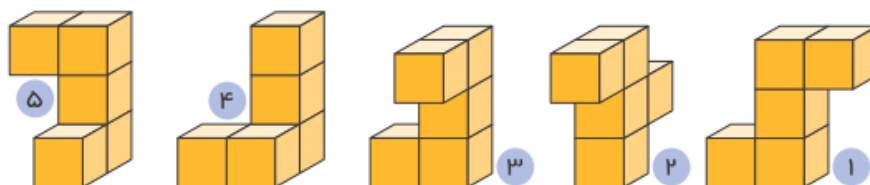
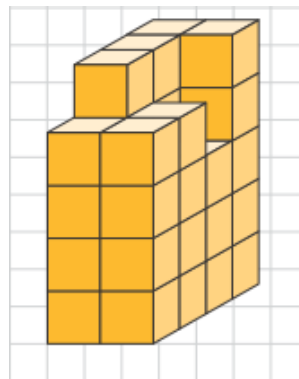
**تمرین :** دو مکعب مستطیل را روی هم قرار داده ایم. ابعاد مکعب مستطیل بالایی از مکعب بالایی پایینی

کمتر است. تصویری از این دو مکعب مستطیل رسم کنید که نمای روبرو و نمای بالا را نشان دهد.

حل : این مسئله بیشمار جواب دارد. برای نمونه دو مورد از جواب های آن به شکل زیر است.



**تمرین :** کدام قطعه ، شکل سمت راست را به یک مکعب مستطیل کامل تبدیل می کند؟



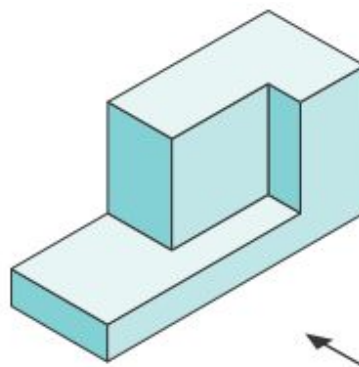
حل : شماره ۵

**تمرین :** نمای روبرو ، چپ و بالای مکعب های سمت راست در ستون چپ رسم شده است. هر شکل را به نماهای مربوط به آن وصل کنید.

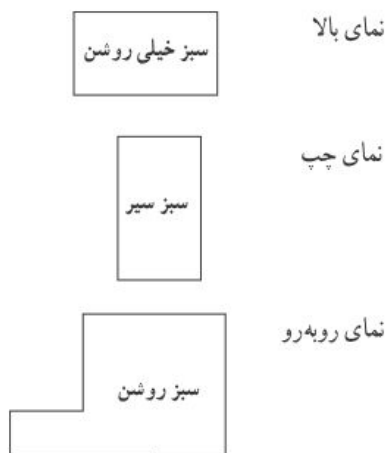
نمای بالا	نمای چپ	نمای روبرو	
			○
			○
			○
			○
			○

حل : شکل اوّل سمت راست به ردیف چهارم ، شکل دوّم سمت راست به ردیف اوّل ، شکل سوّم سمت راست به ردیف پنجم، شکل چهارم سمت راست به ردیف دوّم ، شکل پنجم سمت راست به ردیف سوّم وصل شوند.

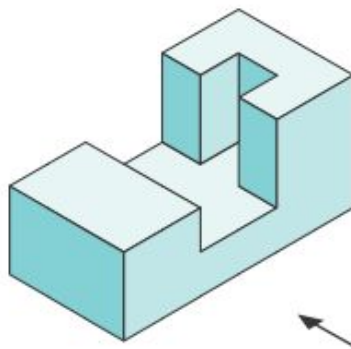
**تمرین :** نمای بالا ، روبرو و سمت چپ شکل زیر را رسم کنید.



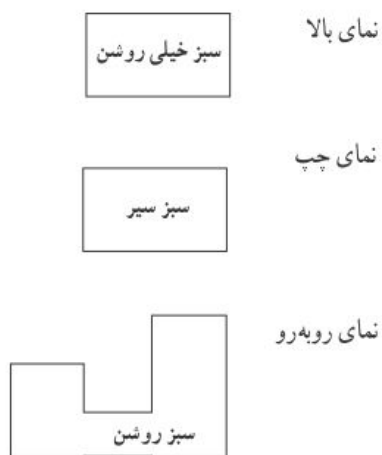
حل :



**تمرین:** نمای بالا، روبه‌رو و سمت چپ شکل زیر را رسم کنید.

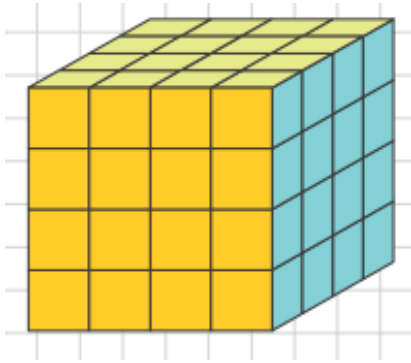


حل:





**تمرین :** تمام وجه های مکعبی را رنگ آمیزی کرده ایم.



الف : چند مکعب کوچک در این شکل وجود دارد؟

ب : چند مکعب ، رنگ نشده است؟

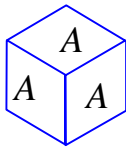
ج : چند مکعب، رنگ شده است؟

د : چند مکعب ، فقط دو وجه رنگ شده دارند؟

ه : چند مکعب ، سه وجه رنگ شده دارند؟

حل :

الف : ۶۴ تا      ب : ۸ تا      ج :  $۵۶ = ۶۴ - ۸$       د : ۲۴ تا      ه : ۸ تا



**تمرین :** روی تمام وجه های مکعب هایی حرف  $A$  نوشته شده است. هشت تا از این مکعب

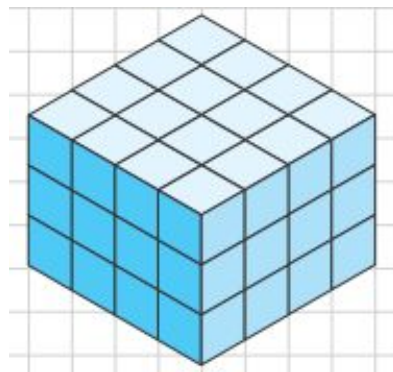
ها را روی سطح میز به شکل ستونی روی هم می چینیم. حساب کنید که چند حرف  $A$  دیده

می شود؟

حل : کل وجوه  $۶ \times n = ۶ \times ۸ = ۴۸$  می باشند و در  $۱۵ = ۲(۸) - ۱ = ۲n - ۱$  وجه حرف  $A$  دیده نمی

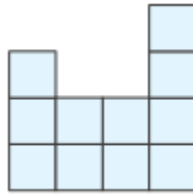
شود. پس در  $۳۳ = ۴۸ - ۱۵$  وجه حرف  $A$  دیده می شود.

**تمرین :** تعدادی مکعب به صورت زیر چیده شده اند.



الف : این تصویر از چند مکعب کوچک تشکیل شده است؟

ب : حداقل چندتا و حداکثر چند مکعب باید برداشته شود تا نمای بالا به شکل زیر دیده شود.



حل :

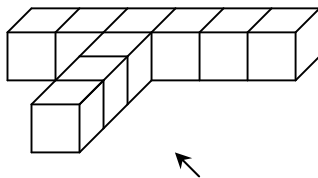
الف : در کل  $3 \times 16 = 48$  مکعب کوچک وجود دارد.

ب : حداقل  $5 \times 3 = 15$  و حداکثر  $32 + 5 = 37$  مکعب

**تمرین :** جسم مقابل از چند مکعب هم اندازه تشکیل شده است. اگر بخواهیم جسم را رنگ آمیزی کنیم. در

این صورت با شماره گذاری مکعب ها:

الف: مکعب هایی را مشخص کنید که فقط چهار وجه آنها رنگ می خورد.



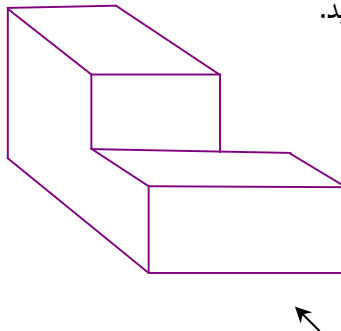
ب : کدام مکعب فقط سه وجه آن رنگ می خورد؟

ج : کدام مکعب ها فقط پنج وجه آنها رنگ می خورد؟

د : نمای بالا، نمای روبرو و نمای چپ جسم را رسم کنید.

\*\*\*

**تمرین :** الف : تعداد وجوه ، یال ها و رأس های جسم مقابل را تعیین کنید.

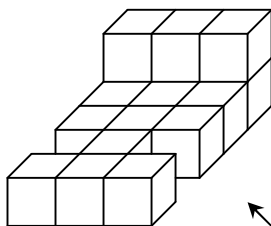


ب : نمای بالای این جسم را رسم کنید.

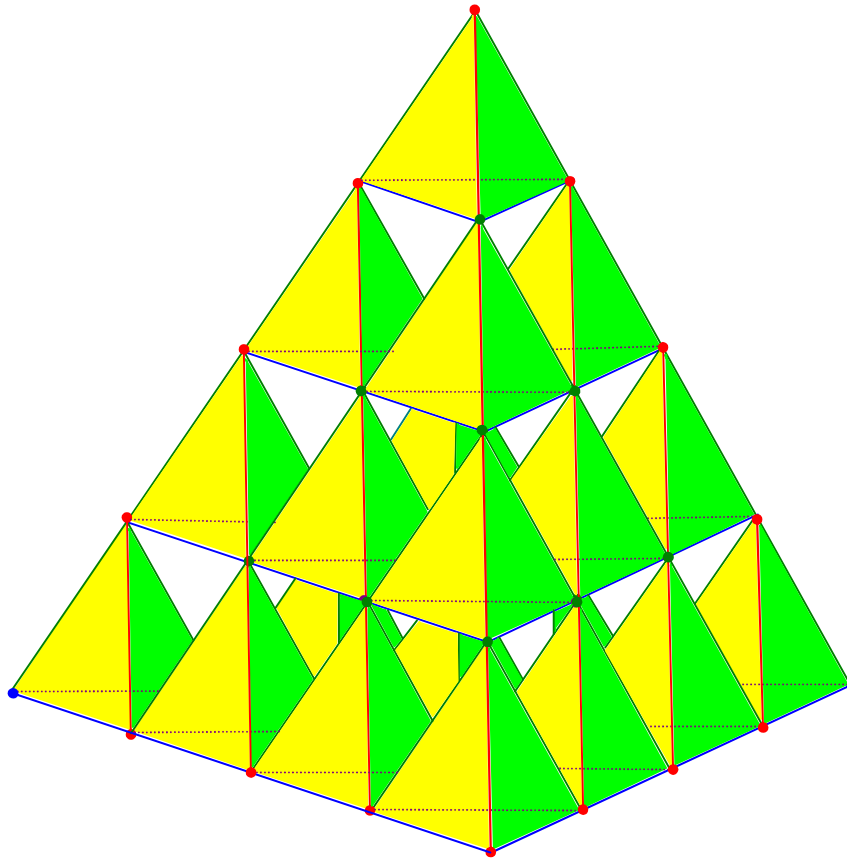
**تمرین :**

الف : حجم جسم مقابل را به دست آورید.

ب : نمای بالای این جسم را رسم کنید.



**تمرین:** حساب کنید که شکل زیر شامل چند هرم است؟



\*\*\*

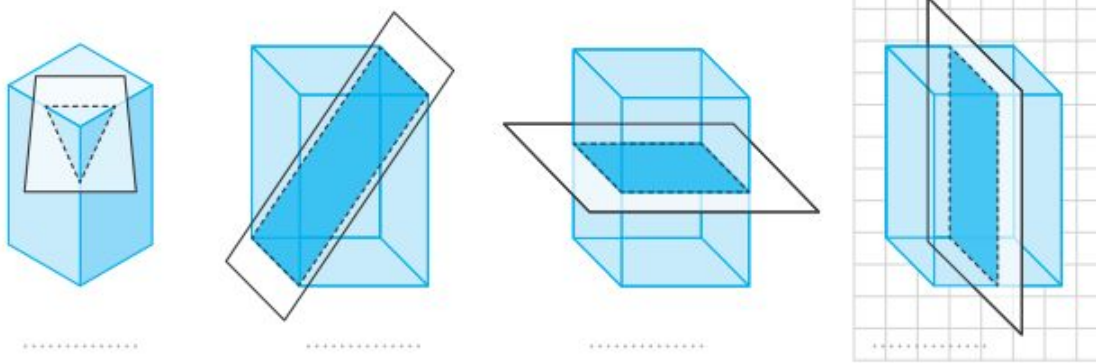
تهیه کننده: جابر عامری ، دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی

## فصل چهارم

### درس سوم : برش

هرگاه یک صفحه یک جسم هندسی را قطع کند، برش بوجود می‌آید. شکل حاصل از برش یک جسم توسط یک صفحه را سطح مقطع می‌نامند. به عبارتی دیگر شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می‌شود را **سطح مقطع** آن نامیده می‌شود.

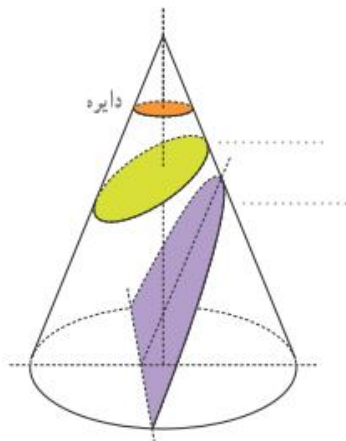
در شکل‌های زیر سطح مقطع یک مکعب مستطیل را در حالت‌های مختلف را مشاهده می‌کنید. در هر مورد نام سطح مقطع بوجود آمده را بنویسید.



همچنین شکل زیر سطح مقطع استوانه را نشان می‌دهد. نام سطح مقطع‌های بدست آمده را بنویسید.

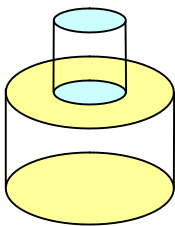
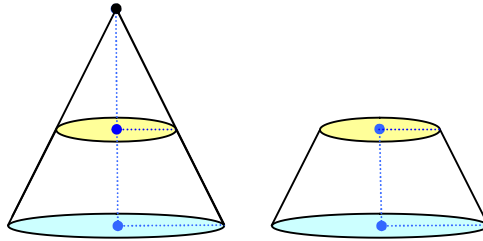


سطح مقطع‌های یک مخروط قائم در برخورد با صفحه‌های افقی و مایل نیز به شکل مقابل است. نام این سطح مقطع‌ها را بنویسید.



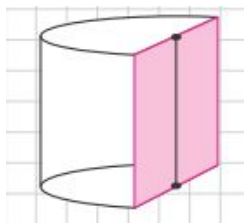
**تمرین :** مخروط قائمی را مطابق شکل زیر با صفحه ای موازی قاعده ی آن برخورد داده ایم. این صفحه مخروط را به دو بخش تقسیم می کند. بخش بالایی به چه شکل است؟ بخش زیرین را **مخروط ناقص** می

نامند. اگر صفحه ای به شکل عمودی مخروط ناقص را قطع کند، سطح مقطع حاصل چیست؟



**تمرین :** دو استوانه را روی هم قرار داده ایم. اگر صفحه ای به شکل عمودی با هر

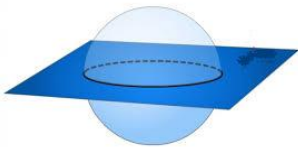
دوی این استوانه ها برخورد کند. سطح مقطع حاصل به چه شکل خواهد بود؟



**تمرین :** در شکل مقابل نصف یک استوانه داده شده است. سطح مقطع این شکل

در برخورد با صفحه های افقی، عمودی و صفحه‌ی مایلی که قاعده‌ی استوانه عبور

نکند به چه شکل است؟



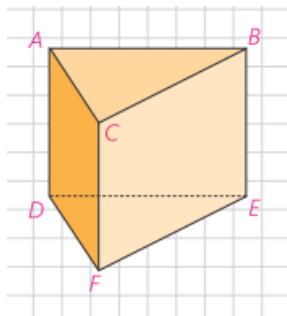
**تمرین :** سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با یک کره به چه شکل

است؟ در چه صورت این سطح بیشترین مساحت ممکن را خواهد داشت؟

**تمرین :** فرض کنید منشور زیر ، یک قطعه‌ی چوبی توپر باشد. این قطعه‌ی چوبی را طوری اره می کنیم که

از سه نقطه‌ی مشخص عبور کند. در هر حالت مشخص کنید سطح مقطع به چه شکل است و منشور به چه

شکل هایی تجزیه می شود؟



الف) صفحه‌ی  $P$  بر ارتفاع منشور عمود باشد.

ب)  $C$  و  $D$  و  $E$

ج)  $C$  و  $F$  و  $Q$  (وسط پاره خط  $AB$ )

**حل :**

الف : سطح مقطع مثلث است و منشور به دو منشور مثلثی تجزیه می شود.

ب : سطح مقطع مثلث است و منشور به دو هرم مثلثی می شود. یک هرم مثلثی و یک هرم با قاعده‌ی

مستطیل

ج : سطح مقطع مستطیل است و منشور به دو منشور مثلثی تجزیه می شود.

**تمرین :** قاعده‌ی هرمی، مستطیل  $ABCD$  است. رأس این هرم را  $O$

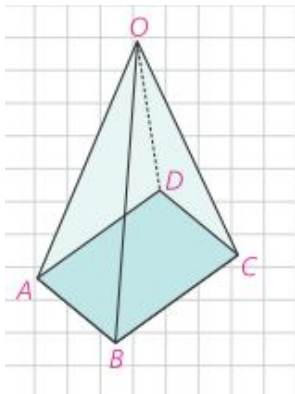
نامیده ایم. سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ی  $P$  را با این هرم در هر

حالت مشخص کنید.

الف ( صفحه‌ی  $P$  بر ارتفاع هرم عمود باشد.

ب ( صفحه‌ی  $P$  از  $O$  بگذرد و بر قاعده‌ی هرم عمود است.

ج ( صفحه‌ی  $P$  از  $O$  نگذرد، ولی بر قاعده‌ی هرم عمود است.



ج ( ذوزنقه ( متساوی الساقین )

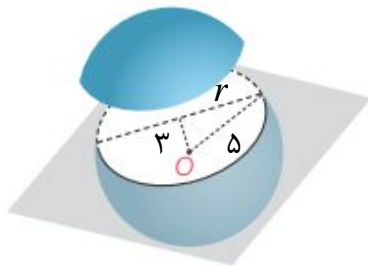
ب ( مثلث ( متساوی الساقین )

**حل :** الف) مستطیل

**تمرین :** صفحه‌ی  $P$  کره‌ی  $O$  را به مرکز  $O$  و شعاع ۵ سانتی

متر را قطع کرده است. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی  $O$  از صفحه‌ی  $P$

سانتی باشد، مساحت این سطح مقطع چقدر است؟



**حل :**

$$\text{شعاع دایره‌ی سطح مقطع} \quad r^2 + 9 = 25 \rightarrow r^2 = 16 \rightarrow r = 4$$

$$\text{مساحت دایره‌ی سطح مقطع} \quad S = \pi r^2 = 16\pi$$

**تمرین :** دو کره با شعاع های  $r_1$  و  $r_2$  یکدیگر را قطع کرده اند. نقاط مشترک واقع بر روی هر دو کره روی

چه شکلی قرار دارند؟ اگر همه‌ی این نقاط را به مرکز یکی از دو کره وصل کنیم، چه شکلی به دست می آید؟

**حل:** دایره ، مخروط

\*\*\*

## فصل چهارم

### درس چهارم : دوران حول محور

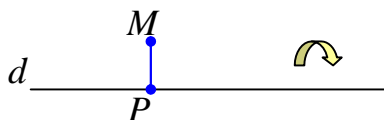


از دوران دادن یک شکل هندسی ، حول یک محور ، می توان شکل ها یا جسم های هندسی مختلفی ایجاد کرد. چنین اجسامی را اجسام هندسی دوار می نامند. در تصاویر زیر چند جسم دوار مشاهده می کنید.

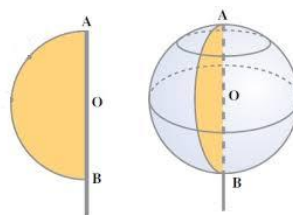


**مثال :** شکل هندسی حاصل از دوران یک پاره خط ، حول یک خط ، یک

دایره است.



**مثال :** از دوران یک نیم دایره حول یک قطر آن ، یک کره بوجود می آید.



**تمرین :** در هر مورد نام جسم حاصل از دوران را بنویسید.

۱ : جسم حاصل از دوران یک ربع دایره حول شعاع آن

۲ : جسم حاصل از دوران یک مستطیل، حول یک ضلع آن

۳ : جسم حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه، حول یک ضلع آن

۴ : جسم حاصل از دوران یک مثلث قائم الزاویه، حول وتر آن



۵: جسم حاصل از دوران یکی از دو پاره خط موازی، حول دیگری

۶: جسم حاصل از دوران یکی از دو پاره خط متقاطع، حول دیگری

۷: جسم حاصل از دوران مثلث متساوی الساقین، حول ارتفاع آن

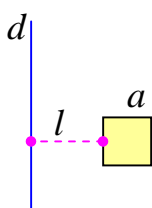
۸: جسم حاصل از دوران مثلث متساوی الساقین، حول قاعده‌ی آن

۹: جسم حاصل از دوران یک دوزنقه‌ی قائم الزاویه، حول ضلع عمود بر قاعده‌ها

حل:

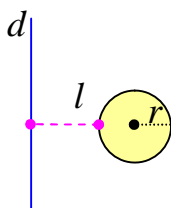
(۱) نیم کره	(۴) دو مخروط هم قاعده	(۷) مخروط
(۲) استوانه	(۵) استوانه‌ی توخالی	(۸) دو مخروط هم قاعده
(۳) مخروط	(۶) دو مخروط هم رأس	(۹) مخروط ناقص

**تمرین:** مربعی به ضلع  $a$  را حول خط  $d$  دوران داده ایم. شکل حاصل را توصیف کنید.



حل: جسم حاصل یک رینگ مکعبی است. (استوانه‌ی توخالی)

**تمرین:** دایره‌ای به شعاع  $r$  را حول خط  $d$  دوران داده ایم. شکل حاصل را توصیف کنید.



حل: جسم حاصل، یک حلقه‌ی مدور است. (تیوپ اتومبیل)

\*\*\*

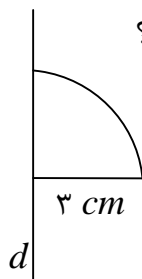


### تمرین برای حل:

۱: حجم جسم حاصل از دوران یک مستطیل به اضلاع ۳ و ۴ سانتی متر حول ضلع ۳ سانتی متری را

محاسبه کنید.

۲: جسم حاصل از دوران ربع دایره‌ی شکل مقابل حول  $d$  چیست؟ حجم آن چقدر است؟



تهیه کننده: جابر عامری ، دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی