

نام و نام خانوادگی:

مقطع و رشته: دهم (ریاضی)

نام پدر:

شماره داوطلب:

تعداد صفحه سؤال: ۴ صفحه

جمهوری اسلامی ایران

اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران

اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران

دبیرستان غیردولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت

آزمون پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۹ - ۱۳۹۸

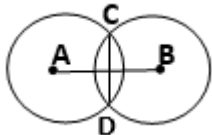
نام درس: هندسه

نام دبیر: مرجان یغمایی

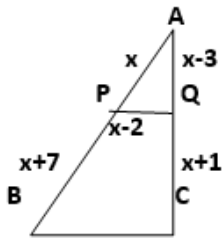
ساعت امتحان: ۰۸ : ۰۰ صبح / عصر

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

محل مهر و امضاء مدیر	نمره به عدد:	نمره به حروف:
	نام دبیر: مرجان یغمایی	تاریخ و امضاء:
نمره تجدید نظر به عدد:	نمره به حروف:	
نام دبیر: مرجان یغمایی	تاریخ و امضاء:	
ردیف	سؤالات	نمره
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) مجموع زوایای داخلی هر چهارضلعی محدب _____ است. ب) زاویه روبرو به ضلع بزرگتر، _____ است از زاویه روبرو به ضلع کوچکتر. ج) _____ یک جمله خبری است که دقیقاً درست یا نادرست باشد. د) اگر در یک قضیه، جای فرض و حکم را عوض کنیم به آنچه حاصل می شود _____ گفته می شود.	۱
۲	ثابت کنید هر نقطه که روی عمودمنصف یک پاره خط باشد، از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.	۱
۳	روش رسم مثلث قائم الزاویه ای به طول وتر ۵ و ضلع ۳ را به طور کامل توضیح دهید.	۱
۴	در کدام چندضلعی محدب، مجموع زوایای داخلی چهار برابر مجموع زوایای خارجی است.	۱
۵	نقیض گزاره «مثلثی با دو زاویه قائمه وجود ندارد» را بنویسید.	۰/۵
۶	عکس قضیه «در هر مثلث، اگر سه ضلع برابر باشند، آنگاه سه زاویه نیز با هم برابرند» را بنویسید.	۰/۵
۷	با کمک برهان خلف ثابت کنید، از یک نقطه خارج یک خط، تنها یک عمود می توان بر آن خط رسم کرد.	۱/۵
صفحه ی ۱ از ۴		

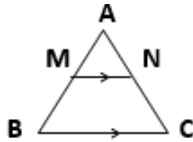
۱	<p>۸ پاره خط AB به طول 5cm مفروض است . مطلوب است :</p> <p>الف) چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله ی 4cm و از B به فاصله ی 2cm باشد؟</p> <p>ب) چند نقطه در صفحه وجود دارد که از A به فاصله ی $2/5\text{cm}$ و از B به فاصله ی $2/5\text{cm}$ باشد؟</p>
۱/۵	<p>۹ دو دایره به مرکزهای A و B همدیگر را در نقاط C و D قطع می کنند. ثابت کنید AB عمود منصف CD است.</p> 
۱	<p>۱۰ زاویه های مثلثی با عددهای ۲ ، ۳ ، ۵ متناسب است. اندازه بزرگترین زاویه خارجی این مثلث را بدست آورید.</p>
۱/۵	<p>۱۱ عکس قضیه ی تالس را بیان و ثابت نمایید.</p>

۱۲ در شکل مقابل PQ موازی BC است. طول ضلع BC را بدست آورید.



۱

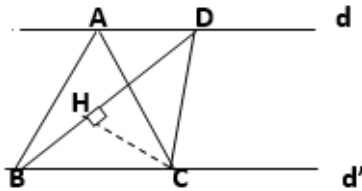
۱۳ ثابت کنید اگر خطی موازی ضلعی از مثلث رسم شود و دو ضلع دیگر را در دو نقطه قطع کند، با این دو ضلع مثلثی تشکیل می دهد که با مثلث اصلی متشابه است.



$$MN \parallel BC \Rightarrow \Delta AMN \sim \Delta ABC$$

۱/۵

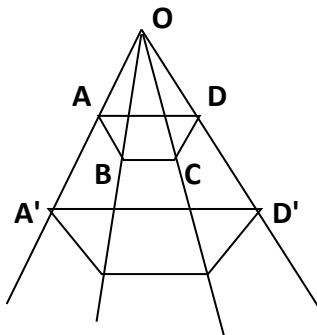
۱۴ در شکل مقابل $d \parallel d'$ و مساحت مثلث ABC 8 است. اگر $BD=6$ باشد، فاصله نقطه ی C از BD را بدست آورید.



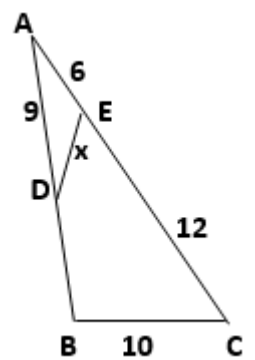
(CH=?)

۱

۱۵ در شکل مقابل می دانیم AB با $A'B'$ و BC با $B'C'$ و CD با $C'D'$ موازی است. ثابت کنید AD و $A'D'$ موازی یکدیگرند.



۱/۵

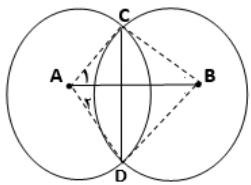
۱	<p>۱۶ عدد b میانگین هندسی دو عدد a و 8 است. اگر عدد 4 نیز میانگین هندسی b و 4 باشد، مقدار $a+b$ را بدست آورید.</p>
۱	<p>۱۷ اندازه های محیط های دو مثلث متشابه به ترتیب 10 و 18 واحد است. اگر مساحت مثلث بزرگتر 15 واحد سطح باشد، مساحت مثلث کوچکتر چند واحد سطح است؟</p>
۱/۵	<p>۱۸ در شکل مقابل اندازه هر پاره خط روی آن نوشته شده است. اندازه x را بیابید.</p> 
صفحه ی ۴ از ۴	



اداره ی کل آموزش و پرورش شهر تهران
 اداره ی آموزش و پرورش شهر تهران منطقه ۴ تهران
 دبیرستان غیر دولتی دخترانه سرای دانش واحد رسالت
کلید سؤالات پایان ترم نوبت اول سال تحصیلی ۹۸-۹۹

نام درس: هندسه (۱) دهم ریاضی
 نام دبیر: مرجان یغمایی
 ساعت امتحان: ۰۸:۰۰ صبح / عصر
 مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	محل مهر یا امضاء مدیر
۱	الف) 360° ب) بزرگتر ج) گزاره د) عکس قضیه	
۲	اثبات: $AM = MB$ حکم فرض: $\begin{cases} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ AH = HB \end{cases}$ $\Delta AHM \cong \Delta MHB \Rightarrow AM = MB$ (ض ض) $\begin{cases} \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ AH = BH \\ MH = MH \end{cases}$	
۳	فرض می کنیم در مثلث قائم الزاویه ABC، طول وتر $BC = 5$ و ضلع $AB = 3$ باشند. (۱) نقطه‌ی A را روی خط d در نظر می گیریم و خط d' را در این نقطه بر خط d عمود رسم می کنیم. (۲) به مرکز A و شعاع ۳ کمانی رسم می کنیم تا خط d' را در نقطه B قطع کند. (۳) و سپس به مرکز B و شعاع ۵ کمانی رسم می کنیم و خط d را در نقاط C و C' قطع می کند. مثلث های قائم الزاویه هم نهشت ABC و ABC' جواب هستند.	
۴	مجموع زوایای خارجی $\times 4 =$ مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی محدب $(n - 2) \times 180 = 4 \times 360 \Rightarrow n - 2 = 8 \rightarrow n = 10$	
۵	مثلثی با دو زاویه قائمه وجود دارد.	
۶	در هر مثلث، اگر سه زاویه برابر باشند، آنگاه سه ضلع مساویند.	
۷	فرض خلف: فرض می کنیم از نقطه‌ی A دو عمود بر خط d رسم کرده ایم. در این صورت: مجموع زوایای داخلی مثلث ABC بیشتر از 180° است و این غیر ممکن است. پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود.	
۸	الف) دو نقطه ب) یک نقطه 	



$AC = AD$ (شعاع دایره بزرگتر)

$BC = BD$ (شعاع دایره کوچکتر) $\xrightarrow{\text{ض ض ض}} \Delta A_1CB \cong \Delta A_2DB \Rightarrow \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$

$AB = AB$ در هر دو مشترک

بنابراین :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{AC} = \overline{AD} \\ \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \Delta A_1CH \cong \Delta A_2DH \Rightarrow \\ AH = AH \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} CH = HD \\ \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 \xrightarrow{\widehat{H}_1 + \widehat{H}_2 = 180} \widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right.$$

۹

$$\frac{\widehat{A}}{5} = \frac{\widehat{B}}{3} = \frac{\widehat{C}}{2} \Rightarrow \frac{\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C}}{5+3+2} = \frac{180}{10} = 18 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\widehat{A}}{5} = 18 \rightarrow \widehat{A} = 90^\circ \\ \frac{\widehat{B}}{3} = 18 \rightarrow \widehat{B} = 54^\circ \\ \frac{\widehat{C}}{2} = 18 \rightarrow \widehat{C} = 36^\circ \end{array} \right.$$

بنابراین داریم :

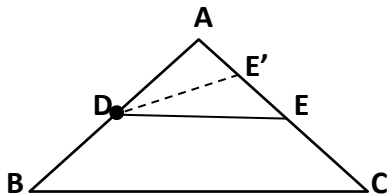
بزرگترین زاویه خارجی = $180 - 36 = 144^\circ$

۱۰

عکس قضیه تالس : اگر خطی روی دو ضلع مثلثی چهار پاره خط متناسب جدا کند، آن گاه با ضلع سوم مثلث موازی است.

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \rightarrow DE \parallel BC$$

به عبارت دیگر :



اثبات : اثبات به روش برهان خلف است . اگر $DE \nparallel BC$

می توان از D خطی موازی BC رسم کرد که AC را در نقطه ای غیر از E ، مانند E' قطع کند. در این صورت بنابر قضیه

$$\text{تالس} \quad \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \text{ و } \frac{AD}{DB} = \frac{AE'}{E'C}$$

بنابراین $\frac{AE}{EC} = \frac{AE'}{E'C}$ اکنون با ترکیب در مخرج این تناسب :

$$\frac{AE}{AE+EC} = \frac{AE'}{E'C+A'E} \rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AE'}{AC} \rightarrow AE = AE'$$

یعنی E و E' برهم منطبق اند که تناقض است.

پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود یعنی $DE \parallel BC$

۱۱

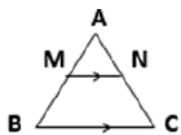
$$PQ \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

$$\frac{x}{x+7} = \frac{x-3}{x+1} \rightarrow x(x+1) = (x-3)(x+7)$$

$$x^2 + x = x^2 + 4x - 21 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = 7$$

$$\text{تعمیم تالس} : \frac{AP}{AB} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{7}{21} = \frac{5}{BC} \rightarrow BC = 15$$

۱۲



فرض می کنیم در مثلث فوق $MN \parallel BC$ باشد. می خواهیم ثابت کنیم $\Delta ABC \sim \Delta AMN$

$MN \parallel BC$, مورب $AB \rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{ABC}$

$MN \parallel BC$, مورب $AC \rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{ACB}$

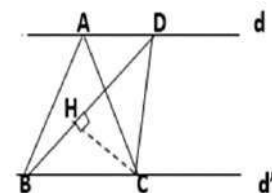
در هر دو مشترک $\widehat{A} = \widehat{A}$

سه زاویه برابرند \Rightarrow

از طرفی طبق تعمیم قضیه تالس چون $MN \parallel BC$ پس طبق تعریف تشابه دو مثلث : $\Delta ABC \sim \Delta AMN$

$$\text{بنابراین} : \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

۱۳



$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times AH' \times BC = 8$$

$$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = S_{\Delta BDC} \Rightarrow 6CH = 16 \Rightarrow CH = \frac{8}{3}$$

$$S_{\Delta BDC} = \frac{1}{2} \times CH \times BC$$

۱۴

$\frac{OA}{AA'} = \frac{OB}{BB'} \quad (1)$ $\frac{OB}{BB'} = \frac{OC}{CC'} \quad (2)$ $\frac{OC}{CC'} = \frac{OD}{DD'} \quad (3)$ $(1), (2), (3) \rightarrow \frac{OA}{AA'} = \frac{OD}{DD'} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} AD \parallel A'D'$	<p>در مثلث $OA'B'$ چون $AB \parallel A'B'$ پس بنابر قضیه تالس داریم :</p> <p>به طور مشابه در مثلث $OB'C'$ ، $BC \parallel B'C'$ پس طبق قضیه تالس :</p> <p>و در مثلث $OC'D'$ ، $AD \parallel D'C'$ پس طبق قضیه تالس داریم :</p>	۱۵
$(1) \quad b^2 = 8a$ $(2) \quad 4^2 = 4b$ $\stackrel{(2)}{\Rightarrow} b = 4 \stackrel{(1)}{\rightarrow} (4)^2 = 8a \rightarrow a = 2 \rightarrow a + b = 6$	<p>b میانگین هندسی a و 8 است \Leftarrow</p> <p>4 میانگین هندسی b و 4 \Leftarrow</p>	۱۶
$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = K \rightarrow \frac{10}{18} = K = \frac{5}{9}$ $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta A'B'C'}} = K^2 \rightarrow \frac{S_{\Delta ABC}}{15} = \left(\frac{5}{9}\right)^2 \rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{15 \times 25}{81} = \frac{125}{27}$	<p>فرض می‌کنیم مثلث $\Delta A'B'C'$ بزرگتر از مثلث ΔABC باشد :</p>	۱۷
<p>در هر دو مشترک $\hat{A} = \hat{A}$</p> <p>تناسب دو ضلع و برابری دو زاویه بین $\Rightarrow \Delta ADE \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{9}{18} = \frac{6}{12} = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 5$</p> $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} \rightarrow \frac{6}{12} = \frac{9}{18}$	<p>در دو مثلث ΔADE و ΔABC داریم :</p>	۱۸
<p>امضاء:</p>	<p>نام و نام خانوادگی مصحح: مرجان یغمایی</p>	<p>جمع بارم: ۲۰ نمره</p>