



وزارت آموزش و پرورش
اداره کل آموزش و پرورش استان خوزستان
معاونت آموزش ابتدایی
اداره تکنولوژی و گروه های آموزشی

۱۴۰۰-۱۳۹۹

درسنامه ریاضی

پایه ششم



کسر، نسبت و تناسب

کلمه نسبت را تقریباً همه روزه به کار می‌بریم.

امروز هوا نسبت به دیروز سرد تر است.

دخترم شما نسبت به دیروز بهتر شدی.

قد آرش نسبت به پارسال بلندتر شده است.

نسبت: رابطه بین دو کمیت را تناسب گویند. $\frac{1}{4}$ یا ۱ به ۴ یا ۱ و ۴

$$\frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{12}{24}$$

تناسب، تساوی بین دو نسبت می‌گویند. (هر گاه دو نسبت با هم برابر باشند تناسب گویند.)

تفاوت کسر با تناسب:

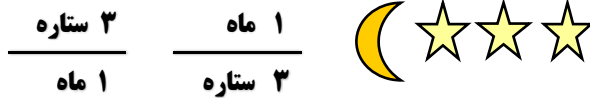
کسر تقسیم کردن است و می‌گوییم خط کسری نشانه‌ی تقسیم است ولی تناسب مقایسه بین دو چیز است.

✓ در کسر صورت و مخرج از یک جنس هستند ولی در نسبت می‌توان چیزهای مختلف را بیان کرد.

$$\frac{2}{4}$$



✓ نسبت ستاره به ماه ۱ به ۳ است.



✓ صورت و مخرج کسر ها را نمی‌توان جا به جا کرد ولی در نسبت جا به جایی وجود دارد.

نسبت ها را مانند کسر نمی‌توان جمع، تفریق، ضرب و تقسیم کرد فقط در نسبت های مشابه می‌توان نسبت های هر ردیف را با هم جمع کرد. مثلاً برای به دست آوردن رنگ سبز باید دو رنگ آبی و زرد را به نسبت ۱ به ۲ مخلوط کرد. یعنی باید برای به دست آوردن رنگ سبز نسبت ها با یکدیگر جمع شوند چون از یک مجموعه (رنگ ها) هستند.

ولی در نسبت تعداد دانش آموزان به نیمکت ها نمی‌توان نسبت ها را با یکدیگر جمع کرد چون از یک جنس نیستند.

اگر به مثال بالا توجه کنید کسر ها در صورت و مخرج به یک اندازه اضافه شده است. پس به این تناسب می‌گویند چون کسر اولی با کسر های دیگر متناسب است.

برای دو یا چند مقدار متناسب، از جدول استفاده می‌شود.

بحث نسبت و تناسب در پایه پنجم به طور کامل مطرح شده، در پایه ششم یک بار دیگر این مبحث به صورت جدی یادآوری شده است.

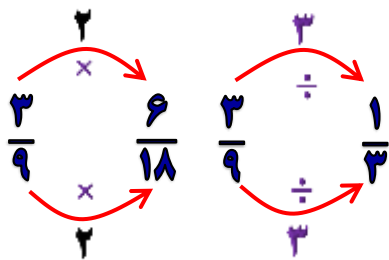
$$\frac{\text{تعداد سه چرخه ها}}{\text{تعداد چرخ ها}} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9}$$

توجه به مثال:



نسبت های تساوی

اگر صورت و مخرج یک نسبت را در یک عدد ثابت ضرب یا تقسیم کنیم، نسبتی مساوی با آن نسبت، بدست می آید.



نکته: پس مشاهده می کنیم که تناسب ارتباط نزدیکی با ضرب و تقسیم دارد.

برای مثال اگر فرض کنیم که پختن هر ۱ کیلوگرم برنج برای ۶ نفر کافی باشد، می توان برای آن نسبت ۱ به ۶ را نوشت که برای آن نیز می توان جدول تناسب زیر را تشکیل داد:

مقدار برنج (کیلوگرم)	۱	۲	۳	۴	۶	۹
تعداد افراد	۶	۱۲	۱۸	۲۴	۳۶	۵۴

جدول تناسب

جدول تناسب شامل اعدادی می باشد که بر اساس مقدار مشخصی افزایش یا کاهش پیدا می کنند.

توپ	۱	۲	۳	۴	۵	۸
دانش آموز	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۶

به مثال زیر توجه کن.

معمولا در ششم سه مدل تناسب داریم.

۱- تناسب معمولی

۲- تناسب کل

۳- تناسب اختلاف یا تفاضلی

نسبت آرد به شکر نوعی یک ۳ به ۵ است. اگر ما ۱۵ پیمانه شکر استفاده کنیم چه مقدار آرد لازم است؟

این یک نسبت تناسب معمولی است ما در اینجا دو داده داریم یکی ۳ و دیگری ۵ است. صورت برای اولین داده است و مخرج

$$\frac{\text{آرد}}{\text{شکر}} = \frac{3}{5} = \frac{?}{15} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{9}{15}$$

دومین داده. (مثال تناسب معمولی)



نسبت سن علی به رضا ۴ به ۶ است . اگر مجموع سن آنها ۵۰ سال باشد سن هر کدام چند است ؟ (مثال تناسب کل)

علی	۴	۲۰
رضا	۶	۳۰
مجموع	۱۰	۵۰

Diagram showing the process of finding the total age: 4 + 6 = 10, then multiplying each age by 5 (4 * 5 = 20, 6 * 5 = 30) to reach the total of 50.

نسبت پول آوا به مینا ۴ به ۲ اگر اختلاف پول آنها ۱۰۰۰۰ هزار تومان باشد سهم هر یک را بدست بیاور. (مثال تناسب اختلافی)

آوا	۴
مینا	۲
اختلاف	۲	۱۰۰۰۰

Diagram showing the process of finding the total amount: 4 - 2 = 2, then multiplying each amount by 5000 (4 * 5000 = 20000, 2 * 5000 = 10000) to reach the total difference of 10000.

نکته : تناسب ها در سال گذشته برای هر شخص یک عدد بود اما امسال بیشتر تناسب ها به صورت کسر می باشد.

نسبت پول سامان به امیر $\frac{3}{4}$ به $\frac{7}{5}$ است . نسبت هر کدام را به صورت یک عدد صحیح بنویس.

پس باید نسبت ها را به عدد صحیح تبدیل شود:

۱- ابتدا مخارج مشترک گرفته می شود .

۲- وقتی مخارج مشترک گرفته شد مخارج ها حذف می شود.

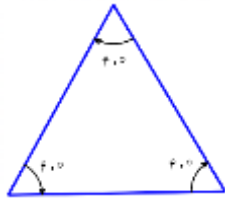
۳- صورت ها به عنوان تناسب اشخاص نوشته می شود.

$$\frac{3}{4} \div \frac{7}{5} = \frac{15}{20}, \frac{28}{20} \longrightarrow \text{امیر } 28 \text{ و سامان } 15$$

نسبت سن پویان به نیما $\frac{2}{4}$ و نسبت سن علی به پویان $\frac{8}{3}$ است. نسبت سن هر کدام را به صورت عدد صحیح بنویس.

پس از حل جدول زیر، پاسخ پرشش ها را بنویس .

اندازه ضلع	۱	۲	۳	۴	۵	۷	۱۰
محیط مثلث متساوی الاضلاع	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
نسبت ضلع به محیط	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	--- = ---	--- = ---	--- = ---	--- = ---	--- = ---



آیا در این جدول، تناسب برقرار است؟ چرا؟

آیا نسبت ضلع به محیط مثلث تغییر کرده است یا ثابت مانده است.

نکته: برای حل جدول تناسب راه حل های متفاوتی وجود دارد. مثل:

۱- در این جا ۱۶ را نمی توان در عددی ضرب کرد که ۲۴ شود.

یعنی ۲۴ بر ۱۶ بخش پذیر نیست.

پس اول ۱۶ و ۴۲ را به هم ساده می کنیم.

$$2 \leftarrow \frac{16}{42} = \frac{8}{21}$$

۱۶	۲۴
۴۲	

۸	۲۴
۲۱	۶۳

Red arrows indicate the simplification process: 16 to 8 (divided by 2) and 42 to 21 (divided by 2). A red arrow also points from 24 to 63 (multiplied by 2.5).

سپس کسر بدست آمده را در جدول جایگزین می کنیم به این صورت

۲- از راه مجهول یابی (طرفین وسطین) استفاده کنیم.

به این صورت که دو عددی که رو به رو هم قرار دارند در صورت ضرب می کنیم.

و عددی که رو به رو مجهول قرار دارد در مخرج می نویسیم.

و اعداد را تا جایی که می توانیم ساده می کنیم و در نهایت جواب را به دست می آوریم.

$$\frac{21}{42} \times \frac{24}{16} = \frac{63}{16}$$

نکته: گاهی مواقع پاسخ بدست آمده اعشاری می باشد.

این تمرین ها را بر اساس توضیحات بالا حل کن.

یک نقاش برای تهیه ی رنگ سبز، هر ۵ کیلوگرم رنگ زرد را با ۳ کیلوگرم رنگ آبی مخلوط می کند. او برای تهیه ی ۳۲

کیلو گرم رنگ سبز، چند کیلو گرم از هر رنگ نیاز دارد؟



برای تهیه ی نوعی دارو مواد الف و ب را نسبت ۴ به ۵ مخلوط می کنیم. برای تهیه ۶ گرم از این دارو چقدر از هر ماده

نیاز داریم؟



برای بافتن یک فرش ۱۲ متری ۴ کیلو گرم پشم لازم است برای بافتن یک فرش ۹ متری چند کیلوگرم پشم لازم است؟



با توجه به جدول با لا،

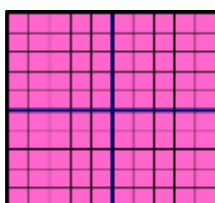
تبدیل واحدها و تناسب

بین آن ها را کامل کن.

متر	۱	۳				
دسی متر	۱۰		۸			۰/۲
سانتی متر	۱۰۰			۵۰۰		
میلی متر	۱۰۰۰				۶۰	

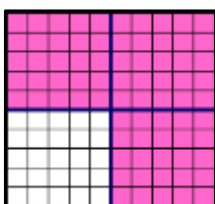
درصد

دانش آموز پرتلاش به این شکل های توجه کن .



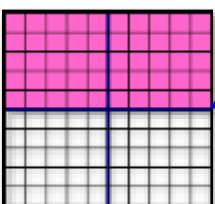
در این شکل تمام خانه ها رنگ شده

$$1 = \frac{100}{100} = 100\%$$



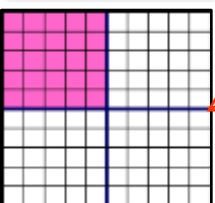
در این شکل سه قسمت از کل خانه ها رنگ شده

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$$



در این شکل دو قسمت از کل خانه ها رنگ شده

$$\frac{2}{4} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$$



در این شکل یک قسمت از کل خانه ها رنگ شده

$$\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 25\%$$

دانش آموز خوب!

سنجش یک نسبت با عدد ۱۰۰، را درصد می گویند.

یکی از روش های نمایش یک نسبت، استفاده از درصد می باشد که برای تبدیل یک نسبت به درصد ابتدا باید کسر را به عدد اعشاری تبدیل نماییم. در واقع درصد نمایش کسری با مخرج ۱۰۰ است .

درصد را با نماد (%) نشان می دهند . مثلاً ۴۰ درصد را به صورت (۴۰%) نمایش داده می شود.

برای این کار ابتدا کسری برابر، کسری که داریم با مخرج صد بدست می آوریم .

$$\frac{40}{100}$$

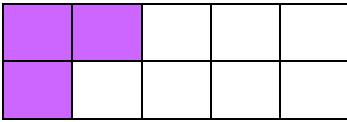
می خواهیم عدد کسری زیر را به صورت اعشاری بنویسیم.

مانند نمونه ، کسری مساوی با $\frac{3}{5}$ و با مخرج ۱۰۰ پیدا می کنیم و سپس آن را به صورت عدد اعشاری می نویسیم.

$$\frac{3}{5} = \frac{75}{100} = 0.75 = 75\%$$



مثال: چند درصد از شکل زیر رنگ شده؟



$$\frac{3 \times 10}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$$

نکته: اگر نتوانیم مخرج کسری را از طریق ضرب کردن در یک عدد تبدیل کنیم، می توانیم صورت کسر را بر مخرج تقسیم کنیم، خارج قسمت به دست آمده را به صورت کسر بنویسیم، مخرج را به صد تبدیل کنیم و بعد به صورت درصد بنویسیم.

مثال: چند درصد از شکل های زیر مربع هستند؟



روش اول:

$$\frac{5}{8} = 0.625 \longrightarrow 0.625 = \frac{625 \div 10}{1000} = \frac{62.5}{100} = 62.5\%$$

$$\frac{5}{8} = \frac{?}{100} = 0.625$$

روش دوم:

سود:

در سود یک مقدار مشخص به قیمت اولیه اضافه (بر اساس درصد) می شود. و با قیمت بالاتری به فروش می رسد.

در مالیات بر ارزش افزوده نیز به قیمت اولیه اضافه می شود. به برخی کالاها مالیات تعلق می گیرد و فروشندگان مقدار مالیات را به قیمت کالا اضافه کرده و از مشتریان دریافت می کنند این قیمت اضافه شده را مالیات بر ارزش افزوده می گویند که به خزانه دولت واریز می گردد.

به مثال زیر توجه کن.

شیدا یک وسیله ی ۱۶۸۰۰۰ تومانی را با ۳۰٪ سود به مشتری می فروشد. مشتری چه قدر بابت این کالا پرداخت می کند؟ این مسئله را می توان به دو شکل حل کرد.

الف) روش اول

مقدار سود	۳۰	؟
کل قیمت	۱۰۰	۱۶۸۰۰۰

$$50400 + 168000 = 218400$$

قیمتی که مشتری باید پرداخت کند.

ب) روش دوم

مقدار سود	۳۰	؟
قیمت کالا	۱۰۰	۱۶۸۰۰۰
کل قیمت	۱۳۰	

$$50400 + 168000 = 218400$$



تخفیف چیست؟ تخفیف برداشت مقدار مشخص از قیمت اولیه کالا و پرداخت باقی مانده ی آن به فروشنده .

به مثال زیر دقت کن .

اگر شیدا همان کالایی که قیمت آن ۱۶۸۰۰۰ تومان باشد را با ۳۰٪ تخفیف به مشتری بفروشد قیمت پرداخت آن چقدر است.

الف) روش اول

تخفیف	۳۰	؟
کل قیمت	۱۰۰	۱۶۸۰۰۰

$\times 1680$ (above the table)
 $\leftarrow 50400$ (from the table to the right)
 $\times 1680$ (below the table)

$$168000 - 50400 = 117600$$

قیمتی که مشتری باید پرداخت کند.

ب) روش دوم

مقدار سود	۳۰	؟
قیمت کالا	۱۰۰	۱۶۸۰۰۰
کل قیمت	۷۰	

$\leftarrow 50400$ (from the table to the right)
 $\leftarrow 117600$ (from the table to the right)
 - (between the two arrows)

قیمت یک توپ ورزشی ۲۵۰۰۰ تومان است اگر این توپ را با ۲۰ درصد تخفیف بخریم چند تومان باید به فروشنده بپردازیم؟ 

قیمت یک کالا ۱۲۰۰۰ تومان است . اگر ۵٪ مالیات بر ارزش افزوده بپردازیم قیمت خرید چقدر است؟ 

یک جفت کفش ۱۵۰۰۰۰ تومانی را بعد از ۵٪ مالیات بر ارزش افزوده چقدر فروخته می شود؟ 

پیراهنی با ۸ درصد تخفیف به قیمت ۴۶۰۰۰ تومان خریده شده قیمت این پیراهن قبل از تخفیف چند تومان بوده است؟ 

$\frac{5}{9}$	$\frac{8}{100}$	٪۸۰
۰/۵۶	۰/۸	۰/۴۵
$\frac{4}{5}$	٪۸	٪۴۵

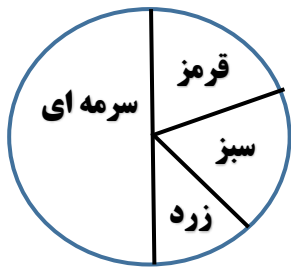
در جدول روبرو یک عدد کسری، یک عدد اعشاری و یک عدد به صورت درصد با هم مساوی هستند . آن ها را پیدا کن و رنگ کن.



درصد در آمار و احتمال

علم آمار، علم جمع آوری اطلاعات عددی، سازماندهی و بررسی آن هاست. اطلاعات جمع آوری شده در یک مسئله آماری را داده های آماری می گویند. جدولی که داده های آماری را در آن قرار می دهیم جدول داده های آماری نامیده می شود. در آمار و احتمال از نمودار های گوناگونی استفاده می شود که در زیر به چند مورد اشاره شده است. به مثال های زیر دقت کن.

نمودار دایره ای جدول داده های زیر را رسم کن.



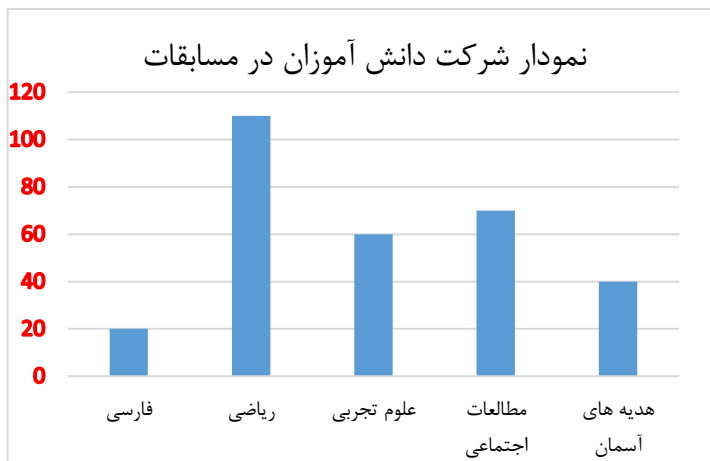
رنگ	تعداد	درصد
قرمز	۲۰	۲۰%
سبز	۲۰	۲۰%
زرد	۱۰	۱۰%
سرمه ای	۵۰	۵۱%

۱. کدام رنگ بیشتر است؟

۲. کدام رنگ کمتر است؟

۳. کدام رنگ از سبز بیشتر است؟

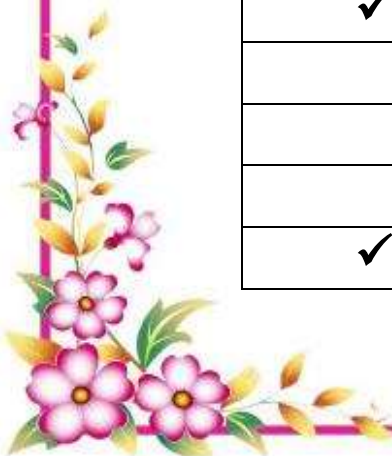
به نمودار میله ای زیر توجه کن.



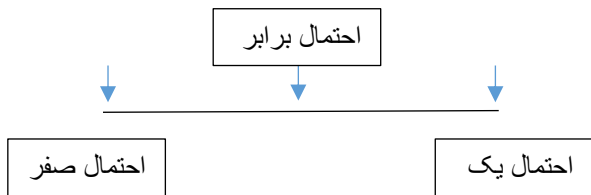
نام درس	نفرات شرکت کننده
ریاضی	۱۱۰
علوم	۶۰
فارسی	۷۰
هدیه	۴۰

احتمال: برای هر پیشامد امکان وقوع حالت های مختلفی وجود دارد. میزان امکان پیشامد یک اتفاق را احتمال گویند. در جدول زیر احتمال رخ دادن هر اتفاق را به طور تقریبی با \checkmark نشان داده شده است.

در پرتاب یک تاس	احتمال بیشتر از نصف	احتمال برابر با نصف	احتمال کمتر از نصف
عدد ۵ بیاید			\checkmark
عدد ۳ نیاید	\checkmark		
مضرب های ۲ بیاید		\checkmark	
عدد فرد بیاید		\checkmark	
عدد کمتر از ۳ بیاید			\checkmark



بعضی از پیشامد ها به احتمال زیاد اتفاق می افتد ولی احتمال وقوع بعضی از آن ها کم است. در ریاضیات احتمال را با یک کسر کوچک تر از (۱) بیان می کنیم یعنی اگر پیشامدی قطعاً اتفاق بیافتد آن را با عدد ۱ و اگر امکان نداشته باشد که اتفاق بیافتد آن را با عدد صفر نشان می دهیم.



برای مثال :

—اگر امروز شنبه باشد

فردا حتماً یکشنبه است . (احتمال یک) دو روز بعد جمعه است . (احتمال صفر)

—اگر یک سکه را به هوا پرتاب کنیم احتمال اینکه سکه رو بیاید یا پشت برابر است . (احتمال برابر)

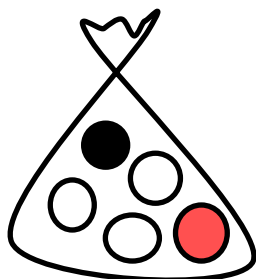
— الف) احتمال اینکه در تابستان باران بیارد خیلی کم است . (نزدیک به صفر)

ب) احتمال اینکه در پاییز باران بیارد خیلی زیاد است . (نزدیک به یک)

پاسخ تمرین زیر را بنویس.



در این کیسه سه توپ سفید، یک توپ سیاه و یک توپ قرمز وجود دارد.



✓ اگر یک توپ بیرون بکشیم احتمال اینکه قرمز باشد چند درصد است؟

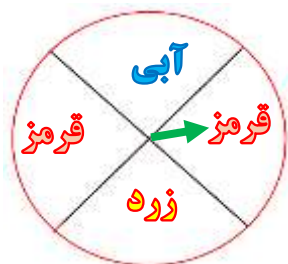
✓ احتمال اینکه توپ بیرون آمده قرمز نباشد چند درصد است؟

✓ احتمال اینکه توپ بیرون آمده سیاه یا سفید باشد چند درصد است؟

در کتاب های درسی دیگر خود یا در روزنامه ها و مجله ها جست و جو کن و نمودارهای آماری را پیدا کن. تصاویر را در

این جا بچسبان و بنویس از مشاهده ی این نمودار چه چیزی فهمیده ی؟

اگر عقربه ی چرخنده را بچرخانیم، پس از توقف به احتمال بیشتر روی کدام رنگ می افتد؟ چرا؟



احتمال قرار گرفتن روی کدام رنگ ها مساوی است؟ چرا؟