

۱- حاصل  $۱۰۳ + \dots + ۱۳ - ۱۱ + ۹ - ۷ + ۵ - ۳$  کدام است؟

- ①  $-۱۰۰$       ②  $۳$       ③  $۵۳$       ④  $۱۰۳$

۲- کدام گزینه حاصل عبارت روبرو را نشان می‌دهد؟

$$۱۵^۲ - ۵^۳ \times (۳۳ - ۲ \times ۶^۲) = ?$$

- ①  $-۲۵۰۰۰$       ②  $۵۱۰۰$       ③  $-۳۹۰۰$       ④  $+۷۲۰۰$

۳- قرینه معکوس عبارت  $(\frac{۳}{۳۷۲} - \frac{۲}{۷۴۴})$  کدام است؟

- ①  $\frac{۱}{۷۴۴}$       ②  $-\frac{۱}{۱۸۶}$       ③  $۱۸۶$       ④  $-۷۴۴$

۴- حاصل عبارت  $\frac{۱}{۳} + \frac{۱}{۳^۲} + \frac{۱}{۳^۳} + \dots + \frac{۱}{۳^{۲۰}}$  کدام است؟

- ①  $\frac{۳^{۲۱} - ۱}{۲ \times ۳^{۲۰}}$       ②  $\frac{۳^{۲۰} - ۱}{۳^{۲۰}}$       ③  $\frac{۳^{۲۱} - ۱}{۳^{۲۰}}$       ④  $\frac{۳^{۲۰} - ۱}{۲ \times ۳^{۲۰}}$

۵- حاصل عبارت  $\frac{۳}{۱ \times ۴} + \frac{۵}{۴ \times ۹} + \frac{۷}{۹ \times ۱۶} + \dots + \frac{۱۹}{۸۱ \times ۱۰۰} + \frac{۲۱}{۱۰۰ \times ۱۲۱}$  برابر است با:

- ①  $\frac{۱}{۱۲۱}$       ②  $\frac{۱۲۰}{۱۲۱}$       ③  $\frac{۱}{۱۲۰}$       ④  $\frac{۱۱۹}{۱۲۰}$

۶- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$۲ \div \frac{۲ + \frac{۲ + \frac{۲+1}{1}}{1}}{۲ - \frac{1}{۲ - \frac{1}{۲-1}}}$$

- ①  $۷$       ②  $\frac{۲}{۹}$       ③  $\frac{۱}{۷}$       ④  $\frac{۷}{۲}$

۷- عدد  $۱ - \frac{۲}{۵}$  بین کدام دو عدد قرار دارد؟

- ① صفر و ۱      ②  $-۲, -۱$       ③  $-۳, -۲$       ④ صفر و ۱

۸- حاصل عبارت زیر، کدام است؟

$$\frac{-1 + \frac{1}{4}}{1 - \frac{2}{3}} \div (-\frac{3}{2}) = ?$$

- ①  $-\frac{۳}{۲}$       ②  $\frac{۳}{۲}$       ③  $\frac{۲۷}{۸}$       ④  $-\frac{۳۵}{۱۲}$

۹- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$۱ - \frac{۲}{۳} \times \frac{۶}{۷} + ۲ \div \frac{۱}{۴} - ۳ \times ۲ = ?$$

- ①  $۳\frac{۲}{۷}$       ②  $۲\frac{۳}{۷}$       ③  $\frac{۶}{۷}$       ④  $۱\frac{۶}{۷}$

۱۰- در روش غربال برای اعداد ۱ تا ۱۰۰، در مرحله حذف مضرب‌های ۱۱، چند عدد خط می‌خورند؟

- ① صفر      ② ۲      ③ ۱      ④ ۳

۱۱- ۴۸ چند شمارنده اول دارد؟

- ① ۴      ② ۲      ③ ۳      ④ ۵

۱۲- در مجموعه مقابل چند عدد مرکب وجود دارد؟

{۴۱, ۲۷, ۲۳, ۳۹, ۵۳}

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴

۱۳- عدد  $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$  چند مقسوم علیه دارد؟

- ① ۲۳۱۰      ② ۳۲      ③ ۵      ④ ۲۰۰۴

۱۴- مجموع مربعات دو عدد اول ۳۶۵ است. اختلاف آن‌ها چقدر است؟

- ① ۲۱      ② ۱۷      ③ ۱۵      ④ ۲۹

۱۵- چند عدد اول وجود دارد که مضرب عدد ۱۱ می‌باشد؟

- ① هیچ مضرب اولی ندارد.      ② بی‌شمار      ③ یک عدد      ④ یازده عدد

۱۶- در غربال اعداد ۱ تا ۱۰۰، ۵۲ امین عددی که خط می‌خورد کدام است؟

- ① ۹      ② ۱۰۰      ③ ۱۵      ④ ۲۱

۱۷- کدام دو عدد نسبت به هم اول هستند؟

- ① ۳۹ و ۱۳      ② ۴۶ و ۲۵      ③ ۵۱ و ۱۷      ④ ۲۱ و ۳۵

۱۸- چند عدد اول سه رقمی وجود دارد که مجموع ارقام آن ۱۵ باشد؟

- ① ۲۰      ② ۳      ③ ۸      ④ صفر

۱۹- در مجموعه‌ی {۲۱, ۹۱, ۳۱, ۹۷} اعداد اول عبارتند از:

- ① ۳۱ و ۲۱      ② ۹۱ و ۲۱      ③ ۳۱ و ۹۷      ④ ۲۱ و ۹۷

۲۰- مجموع دو عدد اول ۱۰۳ شده است. نصف عدد بزرگ‌تر چند است؟

- ① ۵۱٫۵      ② ۵۰٫۵      ③ ۵۲٫۵      ④ ۵۳٫۵

۲۱-  $a$  و  $b$  دو عدد اول متمایز هستند، اگر  $b$  م.م.ب این دو عدد را  $c$  و  $c$  م.م.ک آن‌ها را  $d$  بنامیم، آن‌گاه حاصل  $c^d$  لزوماً کدام است؟

- ①  $a \times b$       ② ۱      ③  $\frac{1}{a \times b}$       ④  $a^b$

۲۲-  $p$  و  $q$  دو عدد اول فرد و متمایزند، عدد  $(2p)^{q-1} \times q^{p-1}$  چند مقسوم علیه طبیعی دارد؟

- ①  $q^2 p$       ②  $p^2 q$       ③  $2^q \times pq$       ④  $pq$

## پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۳ تعداد جملات این سری مجموع فرد است.

$$3 - 5 + 7 - 9 + 11 - 13 + \dots + 103 = \underbrace{(3-5)}_{-2} + \underbrace{(7-9)}_{-2} + \underbrace{(11-13)}_{-2} + \dots$$

$$+ \underbrace{(99-101)}_{-2} + 103$$

تعداد:  $\frac{99-3}{4} + 1 = \frac{96}{4} + 1 = 25$

$$25 \times (-2) + 103 = -50 + 103 = 53$$

۲ - گزینه ۲

$$225 - 125 \times (33 - 2 \times 36) = 225 - 125 \times (33 - 72)$$

$$225 - 125 \times -39 = 225 + 4875 = 5100$$

۳ - گزینه ۳

$$-\left(\frac{3}{372} - \frac{2}{744}\right) = -\left(\frac{6-2}{744}\right) = -\frac{4}{744} = -\frac{1}{186} \xrightarrow{\text{معکوس}} -186 \xrightarrow{\text{قرینه}} 186$$

۴ - گزینه ۴

$$A = \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{20}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{تفریق}} 2A = 1 - \frac{1}{3^{20}} \rightarrow A = \frac{3^{20} - 1}{2 \times 3^{20}} \\ \rightarrow 3A = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^{19}} \end{array} \right\}$$

۵ - گزینه ۲ نکته: هرگاه در مخرج کسری ۲ عدد در هم ضرب شوند و در صورت آنها اختلاف دو عدد ضرب شده وجود داشته باشد، می توان آن کسر را به شکل تفاضل دو کسر نوشت.

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{16} - \frac{1}{25} + \dots + \frac{1}{81} - \frac{1}{100}$$

$$+ \frac{1}{100} - \frac{1}{121}$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{121} = \frac{120}{121}$$

۶ - گزینه ۲

$$2 \div \frac{2 + \frac{2+1}{1}}{2 - \frac{1}{2-1}} = 2 \div \frac{2 + \frac{3}{1}}{2 - 1} = 2 \div \frac{5}{1} = \frac{2}{5}$$

۷ - گزینه ۲

$$-1 \frac{2}{5} = -\frac{7}{5} = -1,4 \Rightarrow -2 < -1,4 < -1$$

۸ - گزینه ۱

$$\frac{-1 + \frac{1}{4}}{1 - \frac{2}{3}} \div \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{-\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}} \div \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4} \div \frac{3}{2} = \frac{9}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{2}$$

۹ - گزینه ۲ ابتدا باید عملیات ضرب و تقسیم و سپس جمع و تفریق را انجام دهیم. پس:

$$1 - \frac{2}{3} \times \frac{6}{7} + 2 \div \frac{1}{4} - 3 \times 2 = 1 - \frac{4}{7} + 8 - 6 = 3 - \frac{4}{7} = \frac{17}{7} = 2 \frac{3}{7}$$

۱۰ - گزینه ۱

اعداد اول کوچکتر از ۱۰: ۲, ۳, ۵, ۷ ⇒  $\sqrt{100} = 10$

پس از پایان یافتن مرحله حذف مضرب‌های ۷، فقط اعداد اول باقی می‌مانند. پس هیچ عددی به‌عنوان مضرب ۱۱ که قبلاً خط نخورده باشد، خط نمی‌خورد.

۱۱ - گزینه ۲

$48 = 2^4 \times 3$  دو تا یعنی ۲ و ۳:

۱۲ - گزینه ۲ اعداد  $39 = 3 \times 13$  و  $27 = 3 \times 9$  مرکب هستند.

۱۳ - گزینه ۲

$2^1 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1 \times 11^1 \xrightarrow{\text{تعداد شمارنده‌ها}} 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

۱۴ - گزینه ۲ همواره مجموع یک عدد فرد با یک عدد زوج، فرد می‌شود. و تنها عدد زوج اول ۲ است.

$2^2 + x^2 = 365 \Rightarrow x^2 = 365 - 4 = 361 \rightarrow x = 19$

حال اختلاف آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$19 - 2 = 17$

۱۵ - گزینه ۳

مرکب  $33 = 11 \times 3$       مرکب  $22 = 11 \times 2$       خود عدد ۱۱       $11 \times 1 = 11$

۱۶ - گزینه ۳

اولین عددی که خط می‌خورد ۱ است، چون نه اول است نه مرکب، سپس مضارب ۲ به جز عدد ۲ خط می‌خورند.

$\frac{100}{2} = 50 \rightarrow 50 - 1 = 49$  : اعداد مضرب ۲ که از ۱ تا ۱۰۰ خط می‌خورند

۱۵ آمین عدد  $9 = 3 \times 3$  است و ۵۲ آمین عدد نیز  $15 = 9 + 6$  است.

۱۷ - گزینه ۲

$25 = 5 \times 5$

$46 = 2 \times 23$

$\Rightarrow (25, 46) = 1$

تشریح سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱)

$39 = 3 \times 13 \Rightarrow (39, 13) = 13$

گزینه ۳)

$51 = 3 \times 17 \Rightarrow (51, 17) = 17$

گزینه ۴)

$\begin{cases} 35 = 5 \times 7 \\ 21 = 3 \times 7 \end{cases} \Rightarrow (35, 21) = 7$

۱۸ - گزینه ۴ نکته: همانطور که می‌دانید اگر مجموع ارقام عددی ۱۵ شود، آن عدد بر ۳ بخش پذیر است در نتیجه اول نیست.

۱۹ - گزینه ۳

۲۰ - گزینه ۲

نکته: مجموع دو عدد اول فرد شده پس حتماً یکی از آن‌ها زوج است ۲ تنها عدد اول زوج می‌باشد پس:

$103 = 101 + 2$

$101 \div 2 = 50.5$

برای پیدا کردن دو عدد اول می‌توان از گزینه‌ها کمک گرفت. ابتدا هر گزینه را ضرب در ۲ کرده تا عدد بزرگ‌تر را پیدا کنیم.

$50.5 \times 2 = 101$

$53.5 \times 2 = 107$

$52.5 \times 2 = 105$

$51.5 \times 2 = 103$

۲۱ - گزینه ۲ هر گاه دو عدد اول باشند، ب.م.م آن‌ها برابر ۱ و ک.م.م آن‌ها برابر حاصل ضرب دو عدد است. پس:

$a, b \Rightarrow \begin{cases} c = (a, b) = 1 \\ d = [a, b] = a \times b \end{cases}$

$\rightarrow c^d = 1^{a \times b} = 1$

$A = 2^{q-1} \times p^{q-1} \times q^{p-1} \Rightarrow$

$(q-1+1)(q-1+1)(p-1+1) = (q)(q)(p) = q^2 p$  : تعداد شمارنده‌ها

آزمون فصل ۲۱ هشتم تیزهوشان

۲۲ - گزینه ۱

## پاسخنامه کلیدی

۱ - ۳	۵ - ۲	۹ - ۲	۱۳ - ۲	۱۷ - ۲	۲۱ - ۲
۲ - ۲	۶ - ۲	۱۰ - ۱	۱۴ - ۲	۱۸ - ۴	۲۲ - ۱
۳ - ۳	۷ - ۲	۱۱ - ۲	۱۵ - ۳	۱۹ - ۳	
۴ - ۴	۸ - ۲	۱۲ - ۲	۱۶ - ۳	۲۰ - ۲	