

۱. گزینه ۴

$$\square = x \Rightarrow \frac{-21 \times x}{(-8) \times (-9)} = \frac{77}{2} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} -21 \times 2 \times x = (-8) \times (-9) \times 77$$

$$\Rightarrow x = \frac{(-8) \times (-9) \times 77}{-21 \times 2} = -132 \Rightarrow x = -132$$

۲. گزینه ۱

$$\frac{1}{3a} + \frac{1}{5a} + \frac{1}{2a} = \frac{31}{30} \Rightarrow \frac{1}{a} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{2} \right) = \frac{31}{30}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{a} \times \frac{31}{30} = \frac{31}{30} \rightarrow \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow a = 1$$

۳. گزینه ۳ $27^x = 81 \Rightarrow (3^3)^x = 3^4 \Rightarrow 3^{3x} = 3^4 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}$

۴. گزینه ۳ از طرفی سن پدرش ۳ برابر او است یعنی:

$$\text{سن پدر لاله} = 3x \text{ و } \text{سن پدر لاله} = x + 28 \Rightarrow 3x = x + 28 \Rightarrow 3x - x = 28 \rightarrow 2x = 28 \Rightarrow x = \frac{28}{2} = 14$$

۵. گزینه ۲

$$\left(\frac{1}{36}\right)^{-2x} = 36 \Rightarrow \left(\frac{1}{6^2}\right)^{-2x} = 6^2 \Rightarrow (6^{-2})^{-2x} = 6^2$$

$$\Rightarrow 6^{4x} = 6^2 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

۶. گزینه ۲

این دو مقدار را مساوی قرار می‌دهیم.

$$(a+b)(a+c) = a+bc \Rightarrow a^2 + ac + ab + bc = a+bc$$

$$\Rightarrow a(a+c+b) + \cancel{bc} = a + \cancel{bc} \Rightarrow a+b+c = 1$$

۷. گزینه ۲

$$y = a^k - 4 \Rightarrow a^k = y + 4 \Rightarrow x = (a^k)^2 + 1 = (y + 4)^2 + 1$$

۸. گزینه ۴

$$x(x-3)(x-4)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ یا} \\ x - 4 = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ یا} \\ x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \text{ یا} \end{cases}$$

اگر حاصل ضرب چند عبارت جبری صفر باشد آنگاه حداقل یکی از آن‌ها باید صفر باشد.

۹. گزینه ۱

راه حل اول:

$$n^2 + (5-1)n + (-1)(5) \Rightarrow \text{اتحاد جمله مشترک}$$

$$(n-1)(n+5) \Rightarrow \begin{matrix} n = 1 \checkmark \\ n = -5 \end{matrix}$$

راه حل دوم: می‌توانیم هر یک از گزینه‌ها را در معادله جایگزین کنیم.

۱۰. گزینه ۴

$$a(a-b) + b(a-b) + 1$$

$$= a^2 - ab + ba - b^2 + 1 = a^2 - b^2 + 1$$

روش دوم: اتحاد مزدوج $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$$(a+b)(a-b) + 1 = a^2 - b^2 + 1$$

۱۱. گزینه ۲

$$m + \frac{1}{m} = -5 \xrightarrow{\text{توان } 2} \left(m + \frac{1}{m}\right)^2 = (-5)^2$$

$$\Rightarrow m^2 + 2(m)\left(\frac{1}{m}\right) + \frac{1}{m^2} = 25 \Rightarrow m^2 + 2 + \frac{1}{m^2} = 25$$

$$\Rightarrow m^2 + \frac{1}{m^2} = 25 - 2 \Rightarrow m^2 + \frac{1}{m^2} = 23$$

۱۲. گزینه ۲

$$12a^2b^2 - \underbrace{24a}_{12 \times 2a} = 12a(ab^2 - 2)$$

۱۳. گزینه ۱

به کمک اتحاد یک جمله مشترک داریم:

$$x^2 - 10x + 21 = x^2 + [(-3) + (-7)]x + (-3)(-7) = (x-3)(x-7)$$

۱۴. گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} 3a^2 + 4b^2 - 10ab &= 1 \\ -2a^2 + 5b^2 + 4ab &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a^2 + 9b^2 - 6ab = 4$$

$$\Rightarrow (a-3b)^2 = 4 \Rightarrow a-3b = \pm 2 \Rightarrow 3b-a = \pm 2$$

۱۵. گزینه ۳

$$(x-2)(x+5) = x^2 + (-2+5)x + (-2)(5) = x^2 + 3x - 10$$

۱۶. گزینه ۱ می دانیم الگوی دنباله‌ی ۹, ۹۹, ۹۹۹ برابر $10^n - 1$ می‌باشد. در این دنباله هر مقدار بر ۹ نیز تقسیم شده تا

مقادیر ۱, ۱۱, ۱۱۱, ... حاصل گردد.

در نتیجه:

$$\frac{1}{9}, \frac{11}{9}, \frac{111}{9}, \dots, \frac{10^m - 1}{9}$$

$$\frac{10^1 - 1}{9}, \frac{10^2 - 1}{9}, \frac{10^3 - 1}{9}$$

۱۷. گزینه ۳ در جمله‌ی عمومی (جمله‌ی n ام) دنباله‌هایی که فاصله‌ی هر دو جمله‌ی متوالی‌شان مقداری ثابت است، آن مقدار

ثابت را ضریب n قرار می‌دهیم.

$$\begin{array}{ccccccc} \uparrow & & \uparrow & & \uparrow & & \dots & & \uparrow \\ 8 & , & 13 & , & 18 & , & \dots & , & 5n+3 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & & & \\ 5 \times 1 + 3 & , & 5 \times 2 + 3 & , & 5 \times 3 + 3 & & & & \end{array}$$

۱۸. گزینه ۲

$$\left. \begin{aligned} \text{مساحت} &= \pi r^2 \\ \text{محیط} &= 2\pi r \end{aligned} \right\} \frac{S}{P} = \frac{\pi r^2}{2\pi r} = \frac{r}{2}$$

۱۹. گزینه ۱

$$x^2 - 10x + 21 = x^2 + [(-3) + (-7)]x + (-3)(-7) = (x-3)(x-7)$$

۲۰. گزینه ۱

$$\frac{5x - 3 - 4 + 2x}{7} = \frac{7x - 7}{7} = \frac{\cancel{7}(x-1)}{\cancel{7}} = x - 1$$

۲۱. گزینه ۳

$$xyz = 8 \Rightarrow xz = \frac{8}{y} \rightarrow \frac{y + 32}{4xz + 1} = \frac{y + 32}{\frac{32}{y} + 1} = \frac{y + 32}{\frac{32 + y}{y}} = y$$

۲۲. گزینه ۱

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3 \Rightarrow \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right)^2 = 3^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + 2\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{b^2}{a^2} = 9 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = 9 - 2$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} = 7$$

۲۳. گزینه ۳

$$\frac{\cancel{5}x^{\cancel{2}}\cancel{y}}{\cancel{x}\cancel{y}} - \frac{\cancel{2}\cancel{x}\cancel{y}}{\cancel{x}\cancel{y}} = 5x - 2y$$

روش دوم:

$$\frac{\cancel{xy}(5x - 2y)}{\cancel{xy}} = 5x - 2y$$

۲۴. گزینه ۳

به کمک اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$\frac{1}{16}m^2 - m + 4 = \left(\frac{1}{4}m\right)^2 - 2\left(\frac{1}{4}m\right)(2) + 2^2 = \left(\frac{1}{4}m - 2\right)^2$$

۲۵. گزینه ۳

$$\frac{2n + 1}{n + 1} = \frac{21}{12} \Rightarrow 12(2n + 1) = 21(n + 1) \Rightarrow 24n + 12 = 21n + 21 \Rightarrow 3n = 9 \Rightarrow n = 3$$

۲۶. گزینه ۳ هر کسی که مخرجی غیر از صفر داشته باشد، وقتی برابر صفر است که صورتش مساوی صفر باشد، بنابراین:

$$4x - 2 = 0 \Rightarrow 4x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

۲۷. گزینه ۴

$$\frac{x^2(x+y) - y^2(x+y)}{x(y^2 - x^2) + y(y^2 - x^2)}$$

در صورت عبارت $(x + y)$ در هر دو مشترک است. در مخرج عبارت $y^2 - x^2$ در هر دو مشترک است، پس می‌توانیم صورت و مخرج را به صورت ضرب دو عبارت در هم بنویسیم، بنابراین:

$$\frac{\cancel{(x+y)}(x^2 - y^2)}{\cancel{(x+y)}(y^2 - x^2)} = \frac{(x^2 - y^2)}{(y^2 - x^2)} = -\frac{\cancel{(x^2 - y^2)}}{\cancel{(x^2 - y^2)}} = -1$$

۲۸. گزینه ۳ پراترها به توان ۲ رسیده‌اند، بنابراین حاصل آن‌ها همواره مثبت است. چون جمع دو عبارت مثبت صفر شده است، پس باید هر دو عبارت برابر صفر باشند. خواهیم داشت:

$$2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$y - 6 = 0 \Rightarrow y = 6$$

۲۹. گزینه ۴

$$x + y = 1 \Rightarrow x = 1 - y$$

$$x^2 - x = x(x - 1) = (1 - y)(1 - y - 1) = (1 - y)(-y) = y^2 - y$$

۳۰. گزینه ۲ ابتدا عبارت B را ساده می‌کنیم:

$$B = \frac{(x - 2)^2 + 2(x - 2)}{5x - 10} = \frac{\cancel{(x - 2)}[(x - 2) + 2]}{5 \cancel{(x - 2)}} = \frac{x}{5}$$

بنابراین با ضرب عبارت $\frac{5}{x}$ در $\frac{x}{5}$ حاصل یک می‌شود.

$$\frac{x}{5} \times \frac{5}{x} = 1$$

پس پاسخ نیما درست است.

۳۱. گزینه ۴ چون دو مثلث همنهشت هستند، $\hat{G} = \hat{G}, \hat{C} = \hat{F}, \hat{H} = \hat{A}$ و از طرفی چون مجموع زاویه‌های داخلی هر مثلث

180° است، داریم:

$$7x + 50 + 2x + 20 + x + 10 = 180^\circ$$

$$10x + 80 = 180^\circ$$

$$10x = 100$$

$$x = 10$$

$$\hat{H} + \hat{C} = 120^\circ + 20^\circ = 140^\circ \text{ در نتیجه } \hat{C} = 10 + 10 = 20^\circ, \hat{H} = 7 \times 10 + 50 = 120^\circ$$

پس ۳۲. گزینه ۴ راه حل اول: با توجه به جدول داریم:

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 7, 15, 23, 31, \dots \end{array}$$

شماره عدد

| | | | | | |
|-----|---------|------------------|------------------|-----|------------------------|
| n | 1 | 2 | 3 | ... | n |
| | 7 | 15 | 23 | ... | |
| | $7 + 0$ | $7 + 1 \times 8$ | $7 + 2 \times 8$ | ... | $7 + (n - 1) \times 8$ |

پس گزینه ۳ درست است و اگر عبارت $7 + (n - 1) \times 8$ را ساده‌تر کنیم به عبارت $8n - 1$ می‌رسیم و گزینه ۱ نیز درست

است و در صورت ساده کردن عبارت $1^8 - \frac{16n}{2}$ به عبارت $8n - 1$ می‌رسیم و گزینه ۲ نیز درست می‌باشد.

اما در گزینه ۴، اگر در رابطه $n = 1$ قرار دهیم حاصل ۷ می‌شود اما با قرار دادن $n = 2, \dots$ حاصل مطابق الگو نمی‌باشد، پس گزینه ۴ نادرست است.

راه حل دوم: با مقایسه گزینه‌ها باهم می‌توان نشان داد که گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ باهم برابر هستند:

$$\frac{16n}{2} - 1^8 = 8n - 1$$

$$7 + (n - 1)8 = 7 + 8n - 8 = 8n - 1$$

بنابراین گزینه ۴ با سایر گزینه‌ها متفاوت می‌باشد و پاسخ است.

۳۳. گزینه ۱ ابتدا جواب معادله را به دست می‌آوریم:

$$\frac{4x - 7}{2} - \frac{2 \times 2}{1 \times 2} = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

$$\cancel{y} \times \left(\frac{4x - 7 - 4}{\cancel{y}} \right) = \left(\frac{3x + 1}{\cancel{y}} \right) \times \cancel{y} \Rightarrow 4x - 11 = 3x + 1 \Rightarrow 4x - 3x = 12 \Rightarrow x = 12$$

$$\Rightarrow 11 < x \leq 12$$

پس گزینه ۱ پاسخ درست است.

۳۴. گزینه ۳ با ساده کردن تک تک کسرها به پاسخهای مینا توجه می کنیم. داریم:

$$۱) \frac{a^2b - b}{ab + b} = \frac{\cancel{b}(a^2 - 1)}{\cancel{b}(a + 1)} = \frac{a^2 - 1}{a + 1}$$

$$۲) \frac{2ac + 2cb}{2ac + bc} = \frac{2\cancel{c}(a + b)}{\cancel{c}(2a + b)} = \frac{2(a + b)}{2a + b}$$

$$۳) \frac{8x^2y^3 - 64x^3y^2}{-48x^3y + 6x^2y^2} = \frac{\cancel{4}^2 \cancel{x}^2 \cancel{y}^3 (y - 8x)}{\cancel{6}^3 \cancel{x}^3 \cancel{y}^2 (-8x + y)} = \frac{4}{3}y$$

$$۴) \frac{2x^3y - 4x^2}{8xy} = \frac{\cancel{2}^2 \cancel{x}^2 (xy - 2)}{\cancel{4}^4 xy} = \frac{x(xy - 2)}{4y}$$

پس مینا کسر گزینه ۳ را درست ساده کرده است.

۳۵. گزینه ۱

$$A = (x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$B = (x + y)^2 = (x + y)(x + y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$C = \frac{(x - y)^2 + (x + y)^2 - 4xy}{2} = \frac{x^2 - \cancel{2xy} + y^2 + x^2 + \cancel{2xy} + y^2 - 4xy}{2}$$

$$= \frac{2x^2 + 2y^2 - 4xy}{2}$$

$$= \frac{2(x^2 + y^2 - 2xy)}{2} = x^2 + y^2 - 2xy$$

۳۶. گزینه ۴

اگر تعداد اتاق ها را n در نظر بگیریم:

$$\text{تعداد قفسه ها } n \times n = n^2$$

$$\text{تعداد پوشه ها } n \times n \times n = n^3$$

$$\text{تعداد برگه ها } n \times n \times n \times n = n^4$$

$$\Rightarrow n^4 = 16^2 \times 9^2 \Rightarrow n^4 = (2^4)^2 \times (3^2)^2 \Rightarrow n^4 = (2^2)^4 \times 3^4 \Rightarrow n^4 = 12^4 \Rightarrow n = 12$$

۳۷. گزینه ۳ ابتدا عوامل مشترک دو جمله اول و دو جمله دوم عبارت A را پیدا می کنیم و بیرون پرانتز می نویسیم و بعد تجزیه را

کامل می کنیم.

$$A = \underbrace{2xz + 2xy} - \underbrace{ay - az} = 2x(z + y) - a(y + z)$$

اکنون از عامل مشترک دو جمله‌ی به‌دست آمده ، فاکتور می‌گیریم.

$$A = 2x(y + z) - a(y + z) = (y + z)(2x - a)$$

پس گزینه ۳ درست است.

۳۸. گزینه ۴ به کمک تجزیه (فاکتور گرفتن) داریم:

$$A = (x - y)^2 - \underbrace{2x + 2y}$$

$$A = (x - y)^2 - 2(x - y) \xrightarrow[\text{فاکتور}]{(x - y)} (x - y)[(x - y) - 2] = (x - y)(x - y - 2)$$

پس گزینه ۴ درست است.