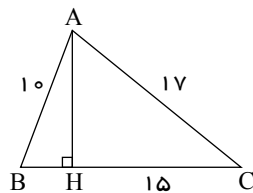


۱. طول یک ساق مثلث متساوی الساقینی ۱۷ و قاعده آن ۱۴ است. مساحت مثلث کدام است؟

- ۱) ۷۰ (۲) ۳۵ (۳) $۲۸\sqrt{۱۵}$ (۴) $۱۵\sqrt{۲}$

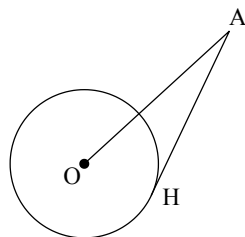


۲. مساحت شکل روبرو چقدر است؟

- ۱) ۱۶ (۲) ۹۸ (۳) ۸۴ (۴) ۸۱

۳. در شکل زیر $OA = ۵\sqrt{۵}$ و شعاع دایره برابر ۵ است. طول مماس AH کدام است؟

- ۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۵ (۴) ۱۰

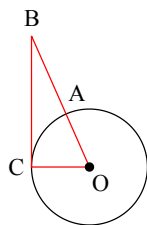


۴. مساحت مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع $۱۰\sqrt{۳}$ کدام است؟

- ۱) $۴۵\sqrt{۳}$ (۲) $۲۵\sqrt{۳}$ (۳) $۷۵\sqrt{۳}$ (۴) $۵۰\sqrt{۳}$

۵. در شکل زیر BC مماس بر دایره و $OA = AB$ می باشد، اگر $BC = ۶$ در اینصورت محیط دایره برابر است با:

- ۱) $۴\sqrt{۲}\pi$ (۲) ۳π (۳) $۴\sqrt{۳}\pi$ (۴) $۲,۵\pi$



۶. طول قطر مستطیلی که عرض آن $\sqrt{۵}$ و طول آن دو برابر عرض آن است برابر است با:

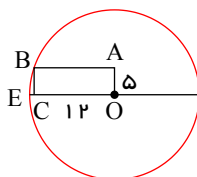
- ۱) ۵ (۲) ۱۵ (۳) $\sqrt{۱۰}$ (۴) $۲\sqrt{۵}$

۷. کدام دسته از اعداد زیر می توانند اضلاع یک مثلث قائم الزاویه باشند؟

- ۱) ۳, ۴, ۵ (۲) ۶, ۶, ۶ (۳) ۲, ۹, ۱۰ (۴) ۱۵, ۱۱, ۱۱

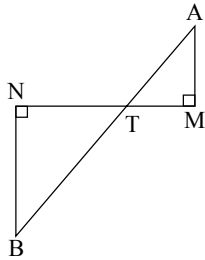
۸. نقطه O مرکز دایره و OABC یک مستطیل است. با توجه به اندازه های روی شکل طول EC کدام است؟

- ۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰,۵ (۴) ۰,۲۵



۹. اندازه میانه وارد بر وتر در یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین برابر $۴\sqrt{۲}$ است. اندازه هر ساق چقدر است؟

- ۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸



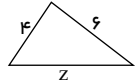
۱۰. در شکل زیر نقطه T وسط NM است. طبق کدام حالت مثلث‌ها هم‌نهشت‌اند؟

- (۱) ض‌ض‌ض
- (۲) ض‌ض‌ض
- (۳) وز
- (۴) وض

۱۱. کدام یک از گزینه‌های زیر یک حالت هم‌نهشتی برای مثلث‌ها است؟

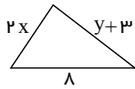
- (۱) تساوی دو ضلع و یک زاویه
- (۲) تساوی سه ضلع
- (۳) تساوی سه زاویه
- (۴) گزینه‌ی ۱ و ۲

۱۲. دو مثلث زیر با انتقال بر هم منطبق می‌شوند. حاصل $x + y + z$ کدام است؟



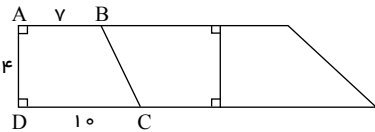
(۲) ۲۵

(۱) ۱۳



(۴) ۱۰

(۳) ۲۸



۱۳. در شکل زیر سه دوزنقه هم‌نهشت وجود دارد. محیط شکل چند است؟

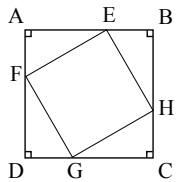
(۲) ۶۰

(۱) ۳۰

(۴) ۹۰

(۳) ۲۵

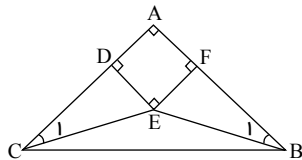
۱۴. در شکل روبرو $ABCD$ مربع است. اگر $\frac{AF}{AD} = \frac{DG}{DC} = \frac{CH}{CB} = \frac{BE}{BA} = \frac{1}{4}$ باشد، مثلث‌های AFE , CHG بنا به



کدام حالت هم‌نهشت هستند؟

- (۱) ض‌ض‌ز
- (۲) ض‌ض‌ض
- (۳) وتر و یک زاویه تند
- (۴) دو زاویه و یک ضلع

۱۵. مثلث ABC متساوی‌الساقین و چهارضلعی $AFED$ مربع است. در بررسی هم‌نهشتی مثلث‌های EDC , EFB کدام



نادرست است؟

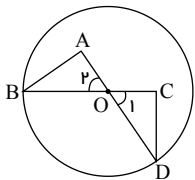
(۲) $DC = FB$

(۱) $DE = EF$

(۴) $\hat{D} = \hat{F}$

(۳) $\hat{B}_1 = \hat{C}_1$

۱۶. در شکل مقابل \hat{A} و \hat{C} با هم مکمل و مساویند، دو مثلث OAB و OCD طبق کدام حالت هم‌نهشت هستند؟



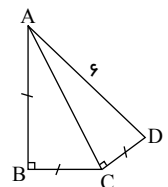
(۲) وز

(۱) ض‌ض‌ض

(۴) ض‌ض‌ز

(۳) وض

۱۷. در شکل روبرو $AB = BC = CD$ است. اگر $AD = 6$ باشد، اندازه CD چقدر است؟



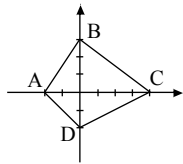
(۲) $2\sqrt{3}$

(۱) $\sqrt{3}$

(۴) $3\sqrt{2}$

(۳) ۳۶

۱۸. با توجه به شکل روبه‌رو محیط چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



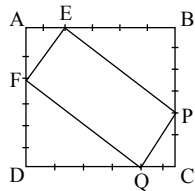
(۱) $5 + \sqrt{20} + \sqrt{13} + \sqrt{8}$

(۲) $5 + \sqrt{41}$

(۳) $\sqrt{40} + 5$

(۴) $\sqrt{20} + \sqrt{13}$

۱۹. در شکل روبه‌رو مساحت مربع چند برابر مساحت مستطیل است؟



(۲) $\frac{7}{2}$

(۴) $\frac{9}{2}$

(۱) $\frac{7}{4}$

(۳) $\frac{9}{4}$

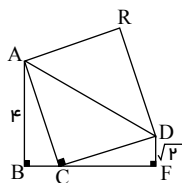
۲۰. اگر دو مثلث ABC , CFD همنهشت باشند محیط دوزنقه قائم الزویه $ABFD$ کدام است؟

(۲) $16\sqrt{2}$

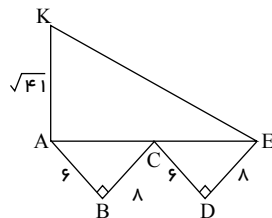
(۴) $46\sqrt{2}$

(۱) $14 + 2\sqrt{2}$

(۳) $44 + 2\sqrt{2}$



۲۱. در شکل مقابل دو مثلث ABC و CDE همنهشت هستند. محیط کل شکل کدام است؟



(۱) $28 + \sqrt{41}$

(۲) ۴۸

(۳) $49 + \sqrt{41}$

(۴) ۹۰

۲۲. اگر مساحت مربعی ۲۵ واحد مربع باشد، مجموع اندازه‌های یک ضلع و یک قطر آن برابر کدام گزینه است؟

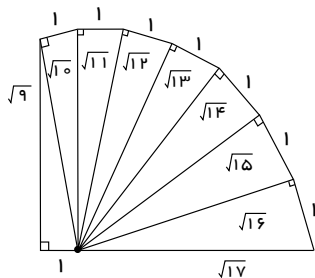
(۴) $5\sqrt{2} + 5$

(۳) $2 + \sqrt{5}$

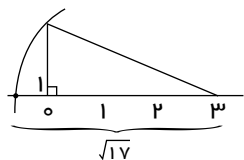
(۲) $5 + \sqrt{2}$

(۱) $5\sqrt{2}$

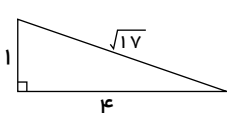
۲۳. معلم ریاضی از دانش آموزان خواست پاره خط $\sqrt{17}$ را رسم کنند. سه دانش آموز پاسخ‌های خود را به صورت زیر نوشتند:



الف) حسین، به کمک ساختن مثلث‌های قائم‌الزاویه پاره خط $\sqrt{17}$ را ترسیم می‌کند.



ب) علی، روی محور، $\sqrt{17}$ را به کمک رابطه فیثاغورس نشان می‌دهد.

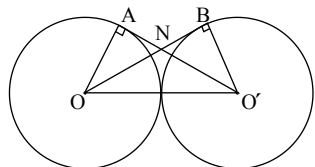


ج) رضا، مثلث قائم‌الزاویه با ضلع‌های ۴ و ۱ سانتی‌متر رسم می‌کند. پس وتر آن حتماً $\sqrt{17}$ خواهد بود.

در بین پاسخ‌های داده شده دانش آموزان، تعداد پاسخ‌های درست کدام است؟

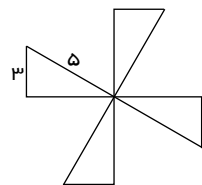
- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) صفر

۲۴. در شکل زیر، دو دایره با شعاع‌های مساوی مفروض است و مثلث ONO' متساوی‌الساقین می‌باشد. کدام یک از حالت‌های زیر نمی‌تواند حالت هم‌نهشتی دو مثلث OAN و $O'BN$ باشد؟



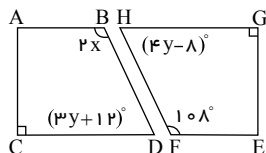
- (۱) وض
(۲) وز
(۳) ض ض ض
(۴) ز ض ز

۲۵. مریم با چهار مثلث قائم‌الزاویه هم‌نهشت مطابق شکل یک فرفره درست کرده است. محیط این شکل کدام است؟



- (۱) ۴۸
(۲) ۲۴
(۳) ۴
(۴) ۱۲

۲۶. طول مستطیل $AGCE$ را به گونه‌ای برش داده‌ایم که دو چهار ضلعی هم‌نهشت زیر حاصل شده است. در رابطه با اندازه



کدام درست است؟ $(x - y)$

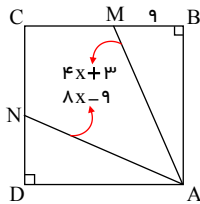
(۱) $20 < x - y < 54$

(۲) از مکمل F بیش تر است.

(۳) $40 < x - y < 100$

(۴) $x - y > 90$

۲۷. در مربع $CBAD$ دو مثلث ABM و ADN همنهشت هستند. مساحت مربع چند برابر محیط آن است؟



۴ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۴)

۳ (۳)

۲۸. اندازه نیمساز هر زاویه یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع b کدام است؟

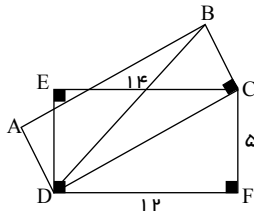
$\frac{3}{4}b$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{3}b$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}}{2}b$ (۲)

$\frac{3}{2}b$ (۱)

۲۹. با توجه به شکل، اگر دو مثلث ABD و CDB همنهشت باشند، و $DB = 14$ باشد، $\frac{1}{3}$ مساحت چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



کدام است؟

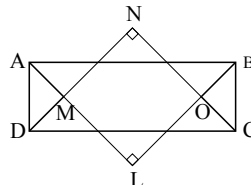
$39\sqrt{3}$ (۱)

$13\sqrt{3}$ (۲)

$21\sqrt{3}$ (۳)

$42\sqrt{3}$ (۴)

۳۰. از برخورد نیمسازهای مستطیل $ABCD$ به طول ۱۲ و عرض ۴، مربع $LMNO$ تشکیل شده است. مساحت مربع کدام است؟

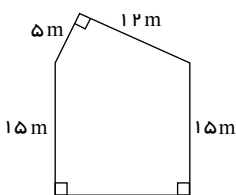


۴۸ (۲)

۱۶ (۱)

$8\sqrt{2}$ (۴)

۳۲ (۳)



۳۱. دور زمینی به شکل زیر را سیم خاردار کشیده‌ایم. به چند متر سیم خاردار نیاز داریم؟

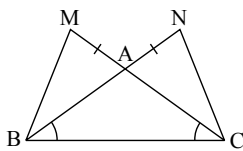
۵۶ (۲)

۴۷ (۱)

۷۳ (۴)

۶۰ (۳)

۳۲. در شکل زیر، $\hat{ABC} = \hat{ACB}$ و $AM = AN$ است. کدام گزینه در مورد مثلث ABM و ANC درست است؟



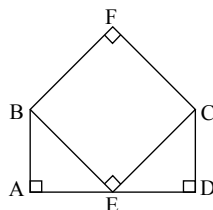
(۱) دو مثلث به حالت «ضضض» همنهشت هستند.

(۲) مثلث با دوران 180° حول نقطه B ، بر $\triangle ANC$ منطبق می‌شود.

(۳) مثلث با دوران 90° در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول نقطه A بر $\triangle ANC$ منطبق می‌شود.

(۴) دو مثلث به حالت «وتر و زاویه قائمه» همنهشت هستند.

۳۳. در شکل زیر، $BFCE$ مربع است. دلیل همنهشتی دو مثلث ABE و ECD کدام است؟



ض ض ض (۲)

و ز (۱)

ض ز ض (۴)

و ض (۳)

۳۴. در چند مورد از حالات زیر، با مساوی بودن اجزای داده شده در دو مثلث، حتماً دو مثلث قابل انطباق هستند؟

الف) سه زاویه و یک ضلع ب) یک زاویه و دو ضلع ج) سه ضلع و یک زاویه

د) صفر (۴)

۳ (۳)

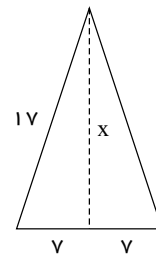
۲ (۲)

۱ (۱)

$$x^2 = 17^2 - 7^2 = 289 - 49 = 240 \Rightarrow x = \sqrt{240}$$

$$\text{مساحت} = \frac{\sqrt{240} \times 14}{2} = 7 \times \sqrt{240} = 7 \times \sqrt{16 \times 15} = 28\sqrt{15}$$

گزینه ۳



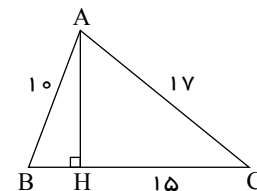
گزینه ۲

$$AH^2 = 17^2 - 15^2 \Rightarrow 289 - 225 = 64 \Rightarrow AH = 8$$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$10^2 = 8^2 + BH^2 \Rightarrow BH = 6$$

$$\text{مساحت} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{8 \times (6 + 15)}{2} = \frac{8 \times 21}{2} = 84$$

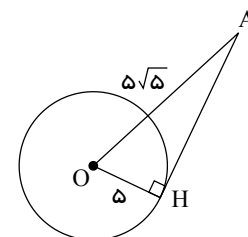


$$OA^2 = OH^2 + AH^2$$

$$(5\sqrt{5})^2 = 25 + AH^2$$

$$125 = 25 + AH^2 \Rightarrow AH^2 = 100 \Rightarrow AH = 10$$

گزینه ۴



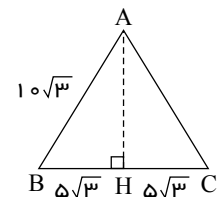
گزینه ۳

$$AH^2 + BH^2 = AB^2$$

$$AH^2 + (5\sqrt{3})^2 = (10\sqrt{3})^2 \Rightarrow AH^2 + 75 = 300$$

$$AH^2 = 225 \Rightarrow AH = 15$$

$$\text{مساحت} = \frac{AH \times BC}{2} = \frac{15 \times 10\sqrt{3}}{2} = 75\sqrt{3}$$



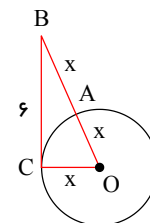
$$\Rightarrow OB^2 = OC^2 + CB^2$$

$$(2x)^2 = x^2 + BC^2 \Rightarrow 4x^2 = x^2 + BC^2 \Rightarrow BC^2 = 3x^2 = 36 = 3x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \sqrt{12} \text{ شعاع}$$

$$\text{محیط دایره} = 2 \times \text{شعاع} \times \pi = 2 \times \sqrt{12} \times \pi = 4\sqrt{3}\pi$$

گزینه ۳



$$BD^2 = AB^2 + AD^2$$

$$BD^2 = (2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 \Rightarrow BD^2 = 20 + 5 = 25$$

$$\Rightarrow BD = 5$$

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$OB^2 = AO^2 + AB^2$$

$$OB^2 = 5^2 + 12^2 \Rightarrow OB^2 = 25 + 144$$

$$OB^2 = 169$$

$$OB = 13 \rightarrow \text{شعاع دایره}$$

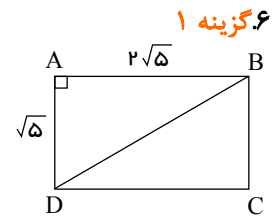
$$EC = DE - OC = 13 - 12 = 1$$

$$\Rightarrow AC = 2 \times 4\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

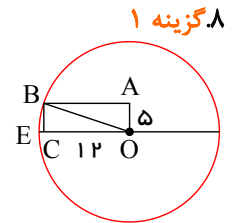
$$AB^2 + BC^2 = 8\sqrt{2}^2$$

$$2 \times AB^2 = 128 \Rightarrow AB^2 = 64 \Rightarrow AB = 8$$

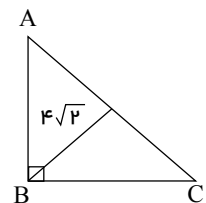
$$\left. \begin{array}{l} MT = NT, T \text{ وسط } NM \\ \widehat{M} = \widehat{N} = 90^\circ \\ \widehat{T}_1 = \widehat{T}_2 \text{ متقابل به راس} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \triangle ATM = \triangle NBT$$



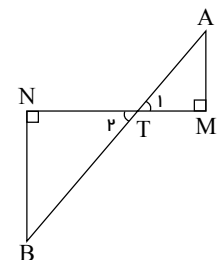
گزینه ۷. ۱



گزینه ۹. ۴



گزینه ۱۰. ۲



گزینه ۱۱. ۴

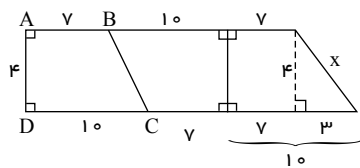
گزینه ۱۲. ۱ با توجه به تساوی اجزای متناظر در مثلث‌های همنهشت داریم:

$$\left. \begin{array}{l} 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \\ y + 3 = 6 \Rightarrow y = 3 \\ z = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow x + y + z = 2 + 3 + 8 = 13$$

گزینه ۱۳. ۲ با توجه به شکل روبرو برای محاسبه محیط باید طول x را دست آوریم.

لذا با توجه به رابطه فیثاغورس داریم:

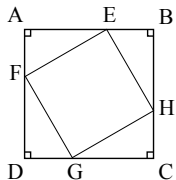
$$x^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$



بنابراین محیط شکل برابر است با:

$$4 + 3 \times 7 + 3 \times 10 + 5 = 60$$

۱۴. گزینه ۲



$$\left. \begin{aligned} \frac{AF}{AD} = \frac{1}{4} &\Rightarrow AF = \frac{1}{4}AD \\ \frac{CH}{CB} = \frac{1}{4} &\Rightarrow CH = \frac{1}{4}CB \end{aligned} \right\} \xrightarrow{AD=CB} AF = CH$$

به طریق مشابه با اثبات می توان به برابری AE با CG رسید و چون شکل مربع است:

$$\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

پس دو مثلث AFE , CHG به حالت (ضرض) همنهشت هستند.

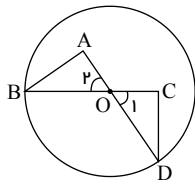
گزینه ۱۵. گزینه ۳، چون اضلاع مربع هستند، درست است.

گزینه ۲، از تساوی ساق های مثلث و اضلاع مربع می توان نتیجه گرفت.

گزینه ۳، دلیلی برای تساوی در دو مثلث وجود ندارد.

$$\hat{D} = \hat{F} = 90^\circ$$

گزینه ۱۶. گزینه ۲ با توجه به این که \hat{A} و \hat{C} مکمل و مساویند، داریم:

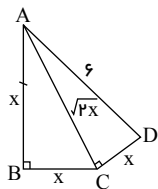


$$\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{A} = \hat{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} = \hat{C} = 90^\circ \\ \text{وتر مثلث } = OB = OD = r \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle OAB \cong \triangle OCD \text{ (وتر یک زاویه)}$$

گزینه ۱۷. $AB = BC = CD = x$ قرار می دهیم لذا طبق رابطه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین ABC

داریم:



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}x$$

در مثلث ACD طبق رابطه فیثاغورس خواهیم داشت:

$$AD^2 = AC^2 + CD^2 \Rightarrow 6^2 = (\sqrt{2}x)^2 + x^2 \Rightarrow 36 = 2x^2 + x^2 = 3x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 12 \Rightarrow x = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3}$$

گزینه ۱۸. گزینه ۱ برای به دست آوردن اضلاع چهارضلعی $ABCD$ به کمک رابطه فیثاغورس داریم:

$$AD^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow AD = \sqrt{8}$$

$$DC^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20 \Rightarrow DC = \sqrt{20}$$

$$BC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \Rightarrow BC = \sqrt{25} = 5$$

$$AB^2 = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13 \Rightarrow AB = \sqrt{13}$$

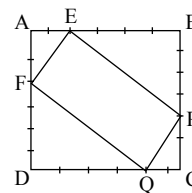
$$ABCD \text{ محیط} = 5 + \sqrt{20} + \sqrt{13} + \sqrt{8}$$

گزینه ۱۹. ابتدا طول و عرض مستطیل را بدست می آوریم:

$$\triangle AEF : EF^2 = 2^2 + 2^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow EF = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

$$\triangle EBP : EP^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32 \Rightarrow EP = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2}$$

$$= 4\sqrt{2}$$

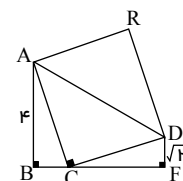


$$\left. \begin{array}{l} \text{مساحت مستطیل} : 2\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 8 \times 2 = 16 \\ \text{مساحت مربع} : 6 \times 6 = 36 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\text{مساحت مربع}}{\text{مساحت مستطیل}} = \frac{36}{16} = \frac{9}{4}$$

۲۰. گزینه ۱ چون دو مثلث قائم الزاویه‌ی CFD, ABC همنهشت هستند داریم:

$$AB = CF = 4$$

$$BC = DF = \sqrt{2}$$



طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$AC^2 = DC^2 = 4^2 + (\sqrt{2})^2 = 16 + 2 = 18 \Rightarrow AC = DC = \sqrt{18}$$

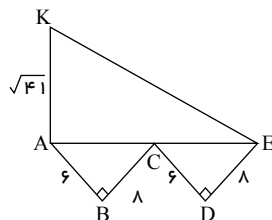
پس مثلث یک مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی الساقین است و طبق رابطه فیثاغورس:

$$AD^2 = (\sqrt{18})^2 + (\sqrt{18})^2 = 18 + 18 = 36 \Rightarrow AD = \sqrt{36} = 6$$

پس محیط دوزنقه عبارت است از:

$$= 6 + 4 + 4 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 14 + 2\sqrt{2} \text{ محیط دوزنقه}$$

۲۱. گزینه ۳ برای به دست آوردن طول ضلع KE ، باید طول ضلع AE را مشخص کنیم. به کمک رابطه فیثاغورس AC را به دست می‌آوریم:



$$AC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \Rightarrow AC = \sqrt{100} = 10$$

$$\triangle ABC \cong \triangle CDE \Rightarrow AC = CE = 10 \text{ چون}$$

از طرفی مثلث KAE مثلث قائم الزاویه است، طبق رابطه فیثاغورس داریم:

$$KE^2 = AE^2 + AK^2 \Rightarrow KE^2 = 20^2 + (\sqrt{41})^2 = 400 + 41 = 441 \Rightarrow KE = \sqrt{441}$$

$$= 21$$

پس محیط کل شکل برابر است با:

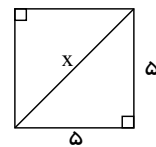
$$\text{محیط} = AB + BC + CD + DE + KE + AK = 6 + 8 + 6 + 8 + 21 + \sqrt{41} = 49 + \sqrt{41}$$

۲۲. گزینه ۴ با توجه به مساحت مربع، طول هر ضلع آن برابر ۵ واحد است. برای به دست آوردن قطر مربع از رابطه فیثاغورس

استفاده می‌کنیم: مجموع اندازه‌های یک ضلع و یک قطر برابر $5 + 5\sqrt{2}$ می‌باشد.

$$x^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$$

$$x = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$



نکته: قطر مربعی به ضلع a برابر $a\sqrt{2}$ می باشد.

۲۳. گزینه ۲ روش حسین شبیه به روش حلزونی کتاب است و درست است.

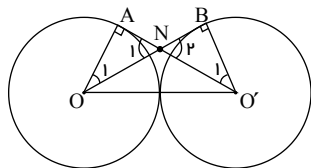
روش رضا نیز با استفاده از رابطه فیثاغورس درست است.

اما علی اضلاع مثلث قائم الزاویه را درست در نظر نگرفته است.

$$3^2 + 1^2 = 10 \neq 17$$

پس گزینه ۲ درست است.

۲۴. گزینه ۳ با توجه به داده های مسأله داریم:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ ON = O'N \quad \text{ساق های مثلث} \\ OA = O'B \quad \text{شعاع} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{وض} \\ \Delta OAN \cong \Delta O'BN \end{array}$$

از طرفی چون $\hat{N}_1 = \hat{N}_2$ متقابل به رأس هستند، می توانند به حالت «وز» نیز همنهشت باشند.

و طبق حالت زض ز همنهشت هستند، چون:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{N}_1 = \hat{N}_2 \quad \text{متقابل به رأس} \\ NO = NO' \quad \text{ساق های مثلث} \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{N}_1 = \hat{N}_2 \quad \text{متقابل به رأس} \end{array} \right\} \hat{O}_1 = \hat{O}'_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{زض ز} \\ \Delta OAN \cong \Delta O'BN \end{array} \right.$$

اما در حالت کلی ض ض ض، دلایل کافی برای همنهستی وجود ندارد، پس گزینه ۳ درست است.

۲۵. گزینه ۱ هر چهار مثلث همنهشت هستند، پس محیط هر ۴ شکل باهم برابر است.

برای به دست آوردن محیط مثلث قائم الزاویه، ابتدا از رابطه فیثاغورس اندازه ضلع a را به دست می آوریم:

$$a^2 = 5^2 - 3^2 \Rightarrow a^2 = 25 - 9 \Rightarrow a = 4$$

محیط مثلث برابر است با:

$$4 + 3 + 5 = 12$$

چون فرفره مریم از ۴ مثلث تشکیل شده است، پس:

$$\text{محیط فرفره} : 4 \times 12 = 48$$

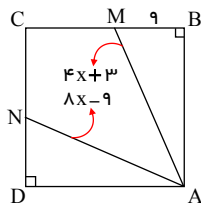
۲۶. گزینه ۱ چون دو شکل همنهشت هستند، پس:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{F} \Rightarrow 2x = 108^\circ \Rightarrow x = 54^\circ \\ \hat{D} = \hat{H} \Rightarrow (3y + 12)^\circ = (4y - 8)^\circ \Rightarrow y = 20^\circ \end{array} \right\} x - y = 54 - 20 = 34^\circ$$

با توجه به گزینه ها می بینیم که $20 < 34 < 54$ ، بنابراین:

$$20 < x - y < 54$$

گزینه ۳



با توجه به این که دو مثلث ADN و AMB همنهشت هستند، داریم:

$$AN = AM \Rightarrow 4x + 3 = 8x - 9 \Rightarrow 4x - 8x = -9 - 3 \Rightarrow -4x = -12 \Rightarrow x = 3$$

طبق رابطه فیثاغورس در مثلث AMB ، می‌توانیم ضلع مربع را به دست آوریم:

$$4x + 3 \xrightarrow{x=3} 15$$

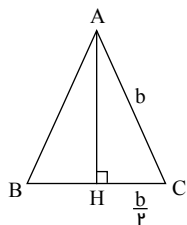
$$AB = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144 \Rightarrow AB = \sqrt{144} = 12$$

مساحت مربع: $12 \times 12 = 144$ و محیط مربع: $12 \times 4 = 48$

پس نسبت مساحت به محیط برابر است با:

$$\frac{\text{مساحت مربع}}{\text{محیط مربع}} = \frac{144}{48} = 3$$

گزینه ۲ نکته: می‌دانیم در هر مثلث متساوی‌الاضلاع ارتفاع، نیمساز و میانه روی هم می‌باشند. پس داریم:



$$AH^2 = b^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{b^2 \times 4}{1 \times 4} - \frac{b^2}{4} = \frac{4b^2 - b^2}{4} = \frac{3}{4}b^2$$

$$AH = \sqrt{\frac{3}{4}b^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}b$$

پس گزینه ۲ درست است.

گزینه ۲ با توجه به شکل می‌بینیم چهارضلعی $ECFD$ مستطیل است و DC قطر آن است، پس طبق رابطه فیثاغورس

داریم:

$$DC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169$$

$$DC = \sqrt{169} = 13$$

همچنین قائم‌الزاویه است. طبق قضیه فیثاغورس ضلع BC را به دست می‌آوریم. داریم:

$$BC^2 = 14^2 - 13^2 = 196 - 169 = 27$$

$$BC = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

چون دو مثلث CDB و ADB همنهشت می‌باشد، پس $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$ پس چهارضلعی $ABCD$ مستطیل می‌باشد و

مساحت مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$\text{مساحت مستطیل} = 13 \times 3\sqrt{3} = 39\sqrt{3}$$

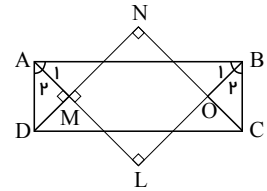
$$\frac{1}{3} \text{ مساحت مستطیل} = \frac{39\sqrt{3}}{3} = 13\sqrt{3}$$

گزینه ۳ چون زوایای مستطیل 90° هستند، با رسم نیمسازهای آن، همه‌ی زاویه‌ها به دو زاویه‌ی 45° تقسیم می‌شوند و در

محل تلاقی نیمسازها زاویه قائمه ایجاد خواهد شد. مثلث‌های ALB و AMD قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هستند. ضلع $AL = x$ و

$AM = y$ در نظر می‌گیریم:

$$\begin{aligned} \triangle ALB : AL^2 + LB^2 = AB^2 &\Rightarrow x^2 + x^2 = AB^2 \Rightarrow 2x^2 = 12^2 \\ &\Rightarrow 2x^2 = 144 \Rightarrow x^2 = 72 \Rightarrow x = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \triangle AMD : AM^2 + MD^2 = AD^2 &\Rightarrow y^2 + y^2 = AD^2 \Rightarrow 2y^2 = 4^2 \\ &\Rightarrow 2y^2 = 16 \Rightarrow y^2 = 8 \Rightarrow y = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{ضلع مربع} : 6\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}(6 - 2) = 4\sqrt{2}$$

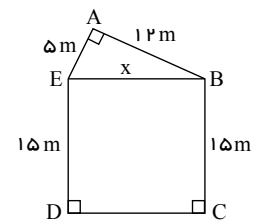
$$\text{مساحت مربع} : 4\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 16 \times 2 = 32$$

۳۱. گزینه ۳ برای محاسبه طول سیم، باید محیط شکل را به دست آوریم. چون طول CD معلوم نیست. به کمک طول BE آن را به دست می آوریم. با توجه به رابطه فیثاغورس، اندازه x را پیدا می کنیم:

$$x^2 = 12^2 + 5^2$$

$$x^2 = 144 + 25 = 169$$

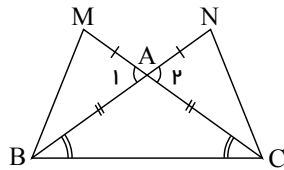
$$x = \sqrt{169} = 13m$$



باتوجه به اندازه اضلاع (۵، ۱۲، ۱۵، ۱۳، ۱۵)، محیط شکل را به دست می آوریم:

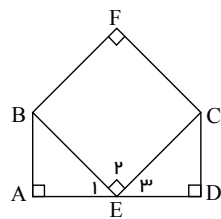
$$5 + 12 + 15 + 13 + 15 = 60m$$

۳۲. گزینه ۱



گزینه ۱: درست است؛ زیرا از اینکه $\hat{A}BC = \hat{A}CB$ می توان نتیجه گرفت $AB = AC$. از طرفی $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ (متقابل به رأس هستند) و طبق فرض مسئله $AM = AN$ ؛ بنابراین دو مثلث به حالت (ضض) هم نهشت هستند.

۳۳. گزینه ۱



هم نهشتی دو مثلث ABE و CDE را بررسی می کنیم:

$\overline{CE} = \overline{BE}$ اضلاع مربع هستند.

$\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$ زاویه های قائمه هستند.

پس این دو مثلث قائم الزاویه بوده و وتر مساوی دارند.

باتوجه به شکل، زاویه های C و E_1 هر دو متمم زاویه E_3 هستند، پس با هم برابرند. یعنی دو مثلث به حالت وتر و یک زاویه تند با یکدیگر هم نهشت هستند.

۳۴. گزینه ۲ در حالت «الف» حالت (ضض) و در حالت «ج» حالت (ضض) یا (ضضض) اتفاق می افتد و دو مثلث هم نهشت قابل انطباق می گردند، اما در حالت «ب» معلوم نیست که زاویه بین دو ضلع قرار داشته باشد. پس فقط در دو مورد، مثلث ها حتماً قابل انطباق اند.

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۱۰۰۳۴۳۵

۳ -۵	۳ -۴	۴ -۳	۳ -۲	۳ -۱
۲ -۱۰	۴ -۹	۱ -۸	۱ -۷	۱ -۶
۳ -۱۵	۲ -۱۴	۲ -۱۳	۱ -۱۲	۴ -۱۱
۱ -۲۰	۳ -۱۹	۱ -۱۸	۲ -۱۷	۲ -۱۶
۱ -۲۵	۳ -۲۴	۲ -۲۳	۴ -۲۲	۳ -۲۱
۳ -۳۰	۲ -۲۹	۲ -۲۸	۳ -۲۷	۱ -۲۶
	۲ -۳۴	۱ -۳۳	۱ -۳۲	۳ -۳۱