

		نام و نام خانوادگی (دبیر مربوطه) امضاء:	جمع:	نمره پایانی:	نمره مستمر:
بارم					
۱		<p>۱. درستی و نادرستی هریک از عبارات زیر را مشخص نمایید:</p> <p>الف) اگر از اعضای یک مجموعه یک عضو کاسته شود، تعداد زیر مجموعه های آن نصف می شود.</p> <p>ب) دو سکه و یک تاس را با هم انداختیم، احتمال اینکه هر دو سکه «رو» و تاس «عددی اول» بیاید، $\frac{3}{8}$ است.</p> <p>پ) اگر طول و عرض مستطیلی اعدادی گنگ باشند، محیط آن ها <u>همواره</u> عددی گنگ خواهد بود.</p> <p>ت) دو مثلث متساوی الساقین که یک زاویه مساوی دارند، همواره با هم متشابه هستند.</p>			
۱		<p>۲. جاهای خالی را کامل کنید:</p> <p>الف) مقدار $n(p(p(\emptyset)))$ برابر است با است.</p> <p>ب) به پیشامدی که احتمال آن یک باشد، پیشامد می گویند.</p> <p>پ) کسر متعارفی عدد اعشاری $\frac{4}{529}$ بصورت است. (ساده کردن الزامی نیست).</p> <p>ت) محل برخورد عمود منصف های مثلث هایی که یک زاویه دارند، همواره بیرون مثلث قرار می گیرد.</p>			
۱		<p>۳. گزینه درست را انتخاب کنید:</p> <p>الف) کدام توصیف زیر یک مجموعه را مشخص می کند؟</p> <p>(۱) چهار عدد زوج متوالی و دو رقمی با دهگان ۵.</p> <p>(۲) قرینه، قرینه اعداد طبیعی که منفی باشند.</p> <p>(۳) برخی از حالات ممکن برای سه فرزند یک خانواده.</p> <p>(۴) بهترین تیم های فوتبال ایران.</p> <p>ب) تیراندازی، $\frac{1}{4}$ تیرهایش را به هدف می زند. کدام گزینه احتمال به هدف نزدن این تیر انداز است؟</p>	<p style="text-align: center;">۱ ۵</p> <p style="text-align: center;">۲ ۵</p> <p style="text-align: center;">۳ ۵</p> <p style="text-align: center;">۴ ۴</p>		
		<p>پ) کدام گزینه نادرست است؟</p> <p>(۱) هر نقطه روی محور اعداد، نمایانگر عددی حقیقی است.</p> <p>(۲) بین هردو عدد گنگ فقط تعدادی محدود عدد گنگ وجود دارد.</p> <p>ت) اگر فرض شود که «فلزات رسانای الکتریسیته هستند» و «برخی از فلز ها، مایع هستند» می توان نتیجه گرفت که:</p> <p>(۱) همه رسانا های الکتریسیته، مایع هستند.</p> <p>(۲) همه مایع ها، رسانای الکتریسیته هستند.</p> <p>(۳) هیچ رسانای الکتریکی مایعی، فلز نیست.</p> <p>(۴) برخی از رسانا های الکتریسیته، مایع هستند.</p>			



۱/۲۵

۴. کنار هر یک از عبارات داده شده در ستون سمت راست، شماره عبارت معادل آن از ستون سمت چپ را بنویسید.
 (مجموعه مرجع است و یک عبارت در ستون سمت چپ اضافه می باشد).

۱	\mathbb{R}
۲	$\{\cdot\}$
۳	$A' \cup B'$
۴	\emptyset
۵	$\{-1, +1\}$
۶	$B \cup A$

$(A \cap B)'$	الف
$(\mathbb{N} - \mathbb{Z}) \cup \mathbb{R}$	ب
$\{x x \in \mathbb{R}, x = -1\}$	پ
$M \cap (A \cup B)$	ت
$\{x - 1 x \in \mathbb{N}, x + 1 < \sqrt{5}\}$	ت

۱/۵

۵. اگر مجموعه A شامل « اعداد اول طبیعی کوچک تر از 13 » و $B = \{n^2 + 1 | n \in \mathbb{Z}, -2 \leq n < 3\}$ باشند مطلوب است:

الف) مجموعه های A و B را به دست آورید.

ب) مجموعه $A \Delta B$ را با رسم نمودار ون مشخص کرده و تمام زیر مجموعه های آن را بنویسید.

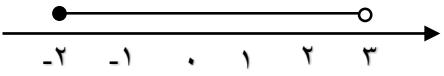
۱/۵

$$B = \left\{ 3 + \frac{2}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{2}}}}, d, \sqrt{0/36}, \sqrt[3]{27} \right\} \text{ و } A = \left\{ -2a - 1, 0/6, \frac{(-b)^3}{-b^2} + 2, \frac{3}{5}, \frac{c}{30} \right\} \text{ . اگر}$$

دو مجموعه مساوی باشند به طوری که d یک عدد اعشاری متناوب ساده باشد و $c > 20$ با ارائه راه حل مقدار a, b, c و d را به دست آورید؟

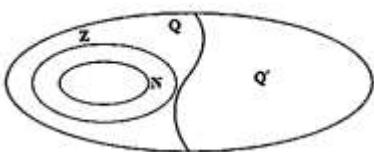
۲

۷. جدول زیر را کامل نمایید. (اعضای مجموعه B را بصورت تقریبی از کوچک به بزرگ، روی محور اعداد نمایش دهید).

نمایش روی محور اعداد	نمایش توصیفی یا محدوده عضو ها	نمایش توصیفی (نمادین)
		$A = \{x x \in \mathbb{Q}, 3x + 1 = -4\}$
	$B = \left\{ \frac{7}{3}, \frac{7}{5}, 1, \frac{7}{9}, \frac{7}{11} \right\}$	
		
	$D = (-\infty, 2] - \{\cdot\}$	

۱. اگر $A = \{0, 1, 2, -8, 16, 21, \sqrt{5}\}$ باشد، مجموعه A چند زیرمجموعه با عدد اصلی فرد دارد که اعضای آن ها عضو اعداد حسابی باشند.

- ۰/۲۵. الف) متن زیر از کتاب درسی صفحه ۲۴ انتخاب شده است، ایرادی در آن بباید و آن را اصلاح نمایید.

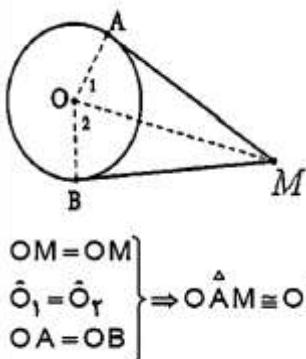


مثال : مجموعه های N و Z و Q و Q' به کمک نمودار ون، مشخص شده است.

$$\frac{3}{4} \notin Q' \quad \sqrt{3} \in Q' \quad \sqrt{0/49} \in Q' \quad 0 \in Q \quad 0/2002000200002 \dots \in Q'$$



- ۰/۵. ب) در متن انتخاب شده زیر، اشکال استدلال بکار رفته را بباید و آن را اصلاح نمایید.



از نقطه M خارج از دایره، دو معان MA و MB را بر دایره رسم کرده ایم.
در زیر اثباتی آورده شده است که نشان می دهد، اندازه این دو معان
با هم برابر هستند. (مرکز دایره است)

اثبات: ابتدا همنهشتی دو مثلث OBM و OAM را اثبات می کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} OM=OM \\ \hat{O_1}=\hat{O_2} \\ OA=OB \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle OAM \cong \triangle OBM \quad (\text{ض ز ض})$$

از تساوی اجزای متناظر این دو مثلث نتیجه می گیریم که $AM=BM$ می باشد.

۱۰. اگر خانواده ای دارای ۳ فرزند باشد هریک از پیشامد های خواسته شده زیر را بصورت یک مجموعه مشخص نمایید.

الف) مجموعه A ، پیشامد اینکه خانواده دارای دو فرزند پسر باشد.

ب) مجموعه B ، پیشامد اینکه خانواده حداقل دو فرزند پسر داشته باشد.

۱۱. دو تاس را با هم پرتاب می کنیم مطلوب است محاسبه هریک از احتمال های زیر:

الف) احتمال اینکه هر دو عدد رو شده مانند هم باشند.

ب) احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده، مضرب ۴ باشد.

۱۲. در ظرفی ۳ مهره قرمز و ۴ مهره آبی وجود دارد، ۳ مهره به تصادف از ظرف خارج می کنیم، احتمال آنکه حداقل دو مهره قرمز باشد چقدر است؟

۱/۵

۱۳. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید:

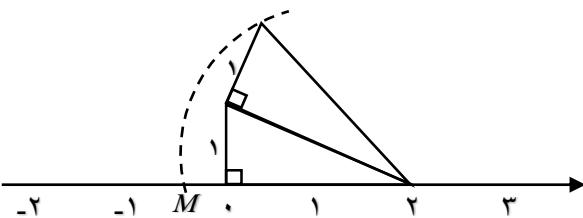
$$A = \frac{6}{6 \times 9} + \frac{6}{9 \times 12} + \frac{6}{12 \times 15} + \dots + \frac{6}{27 \times 30} \quad (\text{الف})$$

$$B = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{12} - \frac{1}{27} + \dots \quad (\text{ب})$$

$$C = \frac{\frac{2}{2} - \frac{3}{2}}{2 - \frac{1}{2}} \times \frac{\frac{4}{9} \times \frac{3}{15}}{\frac{12}{15} \div \frac{4}{5}} \quad (\text{ج})$$

۱/۲۵

۱۴. محور زیر را در نظر بگیرید.

الف) نقطه M چه نقطه ای را نشان می دهد؟

ب) با توجه به قسمت «الف» حاصل عبارت قدر مطلقی زیر را محاسبه نمایید:

$$\sqrt{(M)^2} + |M + 1| =$$

۰/۵

۱۵. برای هریک از ادعاهای زیر یک «مثال نقض» بیاورید:

الف) در همه متوازی الاضلاع ها، قطرها با هم برابر هستند.

ب) همواره محل برخورد ارتفاع های هر مثلث، درون آن مثلث خواهد بود.

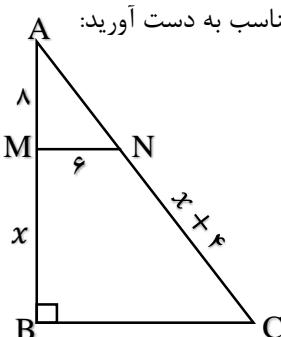
۱/۲۵

۱۶. ثابت کنید «مجموع زوایای خارجی هر مثلث 360° درجه است».

۱/۵

۱۷. ثابت کنید «در هر مثلث متساوی الساقین، فاصله هر نقطه دلخواه، روی نیم ساز زاویه رأس، از دو سر قاعده، برابر است».

۱

۱۸. در شکل زیر $MN \parallel BC$ است، نسبت مساحت مثلث AMN به مساحت مثلث ABC را با نوشتن راه حل مناسب به دست آورید:



مرکز ملی ایمنی و سلامت پژوهیان جوان

با اسمه تعالیٰ

پاسخنامه سوالات امتحانی نیم سال اول

(سال تحصیلی ۹۵-۹۶)

نام درس: ریاضی نهم

نام دبیر:

تاریخ امتحان: ۹۵/۱۰/۱۲

ساعت امتحان: ۹ صبح

دبیرستان (متوسطه اول) شهید بهشتی لاهیجان

پاسخ سوال ۱: هر مورد ۰/۲۵ نمره (ذکر دلیل لازم نیست)

$$p = \frac{3}{6 \times 2 \times 2} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

ب) غلط (دو سکه رو و تاس اول)

ت) غلط، زیرا مشخص نکرده کدام دو زاویه مثلاً با هم برابرند.

$$\frac{2^{n-1}}{2^n} = \frac{2^{n-1}}{2 \times 2^{n-1}} = \frac{1}{2}$$

الف) صحیح

پ) غلط، مجموع دو عدد گنگ همواره گنگ نیست.

پاسخ سوال ۲: هر مورد ۰/۲۵ نمره (ذکر دلیل لازم نیست)

$$p(S) = \frac{n(S)}{n(\Omega)} = 1$$

ب) پیشامد حتمی؛ ۱

$$n(p(p(\emptyset))) = 2^0 = 2^1 = 2$$

الف) تهی هیچ عضوی ندارد؛ ۲

ت) مثلث هایی با یک زاویه باز (منفرجه یا بزرگتر از ۹۰ درجه)

$$\frac{4/5\bar{2}\bar{9}}{4/5\bar{2}\bar{9}} = \frac{4529 - 45}{99.0} = \frac{4484}{99.0}$$

پ) کسر متعارفی عدد اعشاری:

پاسخ سوال ۳: هر مورد ۰/۲۵ نمره (ذکر دلیل لازم نیست)

$$p(A') = 1 - p(A) = 1 - \frac{4}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

ب) گزینه یک؛ ۳

الف) گزینه دو؛ مجموعه تهی را مشخص می کند.

ت) گزینه چهار؛ برخی از رسانا های الکترونیکی، مایع هستند.

پ) گزینه سه؛ بین هر دو عدد گنگ بی شمار عدد گنگ وجود دارد.

پاسخ سوال ۴: هر مورد ۰/۲۵ نمره (ذکر دلیل لازم نیست)

$$(\mathbb{N} - \mathbb{Z}) \cup \mathbb{R} = \emptyset \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$$

ب-۱؛ ۱

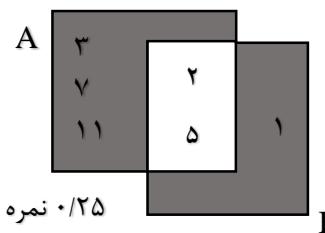
$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

الف-۳؛ قانون دمورگان

پ-۴؛ قدر مطلق هیچ عددی منفی نمی شود (خاصیت جابجایی)

$$\{x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x + 1 < \sqrt{5}\} = \{x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x < \sqrt{5} - 1\} \xrightarrow{\sqrt{5} - 1 < 2, x=1} = \{1 - 1\} = \{0\} \neq \emptyset \text{ و می دانیم.}$$

پاسخ سوال ۵:



الف) $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ و $B = \{n + 1 \mid n \in \mathbb{Z}, -2 \leq n < 2\} = \{1, 2, 5\}$ نمره ۰/۵

ب) $A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = \{3, 7, 11\} \cup \{1\} = \{1, 3, 7, 11\}$ نمره ۰/۲۵

زیر مجموعه های تفاضل متقاضن A و B عبارتند از: ۰/۵ نمره

$\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{7\}, \{11\}, \{1, 3\}, \{1, 7\}, \{1, 11\}, \{3, 7\}, \{3, 11\}, \{7, 11\}, \{1, 3, 7\}, \{1, 3, 11\}, \{1, 7, 11\}, \{3, 7, 11\}, \{1, 3, 7, 11\}$

$$A = \left\{ -2a - 1, 0/6, \frac{(-b)^r}{-b^r} + 2, \frac{r}{b}, \frac{c}{b} \right\} = \left\{ -2a - 1, \frac{c}{b}, 0/6, +b + 2 \right\} \quad \text{پاسخ سوال ۶: ۰/۲۵}$$

$$B = \left\{ r + \frac{1}{\frac{1}{r-1}}, d, \sqrt{0/36}, \sqrt[3]{27} \right\} = \{1, d, 0/6, 3\} \quad \text{۰/۲۵ نمره}$$

$$\begin{cases} b + 2 = 1 \rightarrow b = -1 \\ b + 2 = 3 \rightarrow b = 1 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{زیرا } b \notin N \\ \text{زیرا } b \in N \end{matrix} \quad \text{۰/۲۵ نمره}$$

$$-2a - 1 = 1 \rightarrow a = -1 \quad \text{۰/۲۵ نمره}$$

$$d = \frac{c}{30} = \frac{c}{3 \times 2 \times 5} < 20 \quad \text{و در مخرج کسر عامل ۲ و ۵ نباشد} \rightarrow \rightarrow [c = 10] \quad \text{۰/۲۵ نمره}$$

$$c = 10 \rightarrow d = \frac{1}{3} \quad \text{۰/۲۵ نمره}$$

نمایش روی محور اعداد	نمایش تفصیلی یا محدوده عضو ها	نمایش توصیفی (نمادین)
	$A = \left\{ -\frac{4}{3} \right\}$	$A = \{x x \in \mathbb{Q}, 3x + 1 = -4\}$
	$B = \left\{ \frac{7}{11}, \frac{7}{9}, 1, \frac{7}{5}, 2, \frac{7}{3} \right\}$	$B = \left\{ \frac{7}{2n+1} \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 5 \right\}$
	$C = [-2, 3)$	$C = \{x x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 3\}$
	$D = (-\infty, 2] - \{0\}$	$D = \{x x \in \mathbb{R}, x \leq 2, x \neq 0\}$

پاسخ سوال ۸: هر قسمت ۰/۵ نمره

$$A = \{0, 1, 2, 16, 21\} \quad \text{تعداد اعضا} \rightarrow ۵ = \text{اعضای حسابی مجموعه}$$

$$\text{تعداد زیر مجموعه های با عدد اصلی فرد} = \binom{5}{1} + \binom{5}{3} + \binom{5}{5} = 5 + 10 + 1 = 16 \quad \text{یا} \quad \frac{2^5}{2} = 2^4 = 16$$

پاسخ سوال ۹:

$$\text{الف) عبارت سوم } \sqrt{0/49} = 0/7 \in Q \quad ۰/۲۵ \text{ نمره}$$

ب) قسمت $\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$ در فرض مشخص نشده $۰/۲۵$ نمره و روش صحیح اثبات، همنهشتی «وض» در دو مثلث قائم الزاویه است. $۰/۲۵$ نمره

پاسخ سوال ۱۰:

$$\text{الف) } B = \{(p, p), (p, d), (d, p), (d, d)\} \quad ۰/۵ \text{ نمره} \quad A = \{(p, p, d), (p, d, p), (d, p, p), (d, d, d)\} \quad ۰/۵ \text{ نمره}$$

پاسخ سوال ۱۱: $n(S) = 6^3 = 36$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} \quad \text{ب) } ۰/۵ \text{ نمره}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \quad \text{الف) } ۰/۵ \text{ نمره}$$

۰/۵ نمره

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

پاسخ سوال ۱۲:

$$P(A) = \frac{\binom{3}{2}\binom{4}{1} + \binom{3}{1}\binom{4}{2} + \binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} = \frac{3 \times 4 + 3 \times 6 + 4}{35} = \frac{34}{35} \quad \text{یا} \quad P(A) = 1 - \frac{\binom{3}{3}}{\binom{7}{3}} = 1 - \frac{1}{35} = \frac{34}{35}$$

پاسخ سوال ۱۳: هر کدام $۰/۵$ نمره

$$A = \frac{6}{6 \times 9} + \frac{6}{9 \times 12} + \frac{6}{12 \times 15} + \cdots + \frac{6}{27 \times 30} = 2 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12} + \cdots + \frac{1}{27} - \frac{1}{30} \right) = 2 \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{30} \right) = \frac{2 \times 4}{30} = \frac{4}{15}$$

$$B = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{12} + \cdots \rightarrow -3B = -1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \cdots \rightarrow -3B = -1 + B \rightarrow -4B = -1 \Rightarrow B = \frac{1}{4}$$

$$C = \frac{\frac{2}{3} - \frac{3}{2}}{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}} \times \frac{\frac{4}{12} \times \frac{3}{4}}{\frac{4}{12} \div \frac{1}{5}} = \frac{\frac{4-9}{6}}{\frac{6-1}{3}} \times \frac{\frac{4 \times 3}{12 \times 5}}{\frac{15 \times 4}{15}} = \frac{-5}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{-5 \times 3 \times 2}{6 \times 5 \times 15} = -\frac{1}{15}$$

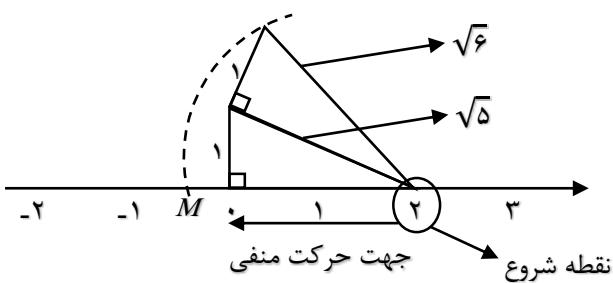
پاسخ سوال ۱۴:

عدد رادیکال ، علامت جهت حرکت، عدد نقطه شروع

$$M = 2 - \sqrt{6}$$

$4 < 6 < 9 \rightarrow 2 < \sqrt{6} < 3$: می دانیم

۰/۵ نمره



$$\sqrt{(M)^2} + |M + 1| = \underbrace{|2 - \sqrt{6}|}_{\text{منفی}} + \underbrace{|3 - \sqrt{6}|}_{\text{مثبت}} = -(2 - \sqrt{6}) + 3 - \sqrt{6} = -2 + \sqrt{6} + 3 - \sqrt{6} = +1$$

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

۰/۲۵ نمره

پاسخ سوال ۱۵: توضیحات الزامی نیست.

الف) لوزی، متوازی الاضلاعی است که قطر های آن با هم برابر نیستند. ۰/۲۵ نمره

ب) محل برخورد ارتفاع در مثلث قائم الزاویه روی اضلاع و در مثلث های با یک زاویه باز (منفرجه) در بیرون شکل می باشد. ۰/۲۵ نمره

پاسخ سوال ۱۶:

$\textcircled{0/25}$ $\widehat{A_1} + \widehat{A_2} = 180^\circ$ $\widehat{B_1} + \widehat{B_2} = 180^\circ$ $\widehat{C_1} + \widehat{C_2} = 180^\circ$		<table border="0"> <tr> <td style="padding-right: 20px;">فرض</td> <td>$\widehat{A_1} + \widehat{B_1} + \widehat{C_1} = 180^\circ$</td> <td style="border-left: 1px solid black;">$\textcircled{0/25}$</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 20px;">حکم</td> <td>$\widehat{A_2} + \widehat{B_2} + \widehat{C_2} = 360^\circ$</td> <td>$\textcircled{0/25}$</td> </tr> </table>	فرض	$\widehat{A_1} + \widehat{B_1} + \widehat{C_1} = 180^\circ$	$\textcircled{0/25}$	حکم	$\widehat{A_2} + \widehat{B_2} + \widehat{C_2} = 360^\circ$	$\textcircled{0/25}$
فرض	$\widehat{A_1} + \widehat{B_1} + \widehat{C_1} = 180^\circ$	$\textcircled{0/25}$						
حکم	$\widehat{A_2} + \widehat{B_2} + \widehat{C_2} = 360^\circ$	$\textcircled{0/25}$						

$\left. \begin{array}{l} \widehat{A_1} + \widehat{B_1} + \widehat{C_1} + \widehat{A_2} + \widehat{B_2} + \widehat{C_2} = 540^\circ \\ \text{طبق فرض } 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{A_2} + \widehat{B_2} + \widehat{C_2} = 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$ $\textcircled{0/25}$

پاسخ سوال ۱۷:

	<table border="0"> <tr> <td style="padding-right: 20px;">فرض</td> <td>$\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ و $AB = AC$</td> <td style="border-left: 1px solid black;">$\textcircled{0/25}$</td> </tr> <tr> <td style="padding-right: 20px;">حکم</td> <td>$MB = MC$</td> <td>$\textcircled{0/25}$</td> </tr> </table>	فرض	$\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ و $AB = AC$	$\textcircled{0/25}$	حکم	$MB = MC$	$\textcircled{0/25}$
فرض	$\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ و $AB = AC$	$\textcircled{0/25}$					
حکم	$MB = MC$	$\textcircled{0/25}$					

$\left. \begin{array}{l} \text{فرض } AB = AC \\ \text{فرض } \widehat{A_1} = \widehat{A_2} \\ \text{ضرع مشترک } AM = AM \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\Delta AMB}{\Delta AMC} \cong \text{تساوی اجزاء} \rightarrow MB = MC$ $\textcircled{0/25}$

پاسخ سوال ۱۸:

	$y^2 = x^2 + z^2 \rightarrow y = 10$ قانون فیثاغورس $\textcircled{0/25}$ $\frac{x}{z} = \frac{y}{x+z} \rightarrow \frac{x}{z} = \frac{10}{x+4} \rightarrow 10x = 10x + 40 \rightarrow x = 16$ تشابه دو مثلث و قانون تالس $\textcircled{0/25}$ $k = \frac{AB}{AM} = \frac{x+z}{x} = \frac{16+4}{16} = 3 \rightarrow k = 3$ نسبت تشابه دو مثلث $\textcircled{0/25}$ $\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = k^2 = 3^2 = 9$ در نتیجه: $\textcircled{0/25}$
--	---