

۱. گزینه ۲ همواره مجموع یک عدد فرد با یک عدد زوج، فرد می‌شود. و تنها عدد زوج اول ۲ است.

$$2^2 + x^2 = 365 \Rightarrow x^2 = 365 - 4 = 361 \rightarrow x = \underline{19}$$

حال اختلاف آن‌ها را حساب می‌کنیم:

$$19 - 2 = \underline{17}$$

۲. گزینه ۳

$$\underbrace{100 \times (3n^2)^5 \times (4m^3)^7}_{(5^2 \times 2^2) \times (3^5 \times n^{10}) \times (2^{14} \times m^{21})}$$

شمارنده‌های اول: $m, n, 3, 2, 5$

۳. گزینه ۳

$$\sqrt{1231} = 35,000 \Rightarrow \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31\} \quad 11 \text{ تا}$$

۴. گزینه ۴

تمام اعداد کوچک‌تر از ۵۰ بجز شمارنده‌های آن:

$$\{3, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 21, 23, 27, 29, 31, 33, 37, 41, 43, 47, 49, 1\}$$

۵. گزینه ۴

$$\sqrt{2018} = 44,000 \Rightarrow 43$$

۶. گزینه ۴

طبق روش غربال ابتدا باید عدد ۱ خط بخورد سپس به عدد ۲ می‌رسیم که عددی اول است در نتیجه به جز خود عدد ۲ تمام مضارب آن باید خط بخورد بنابراین برای حذف مضارب ۲ به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{1396}{2} = 698 - 1 = 697 \quad \text{اعداد زوجی که خط می‌خورد به جز عدد ۲}$$

با در نظر گرفتن عدد ۱ که در ابتدا خط خورده بود ۶۹۸ عدد تاکنون خط خورده‌اند. حال در مرحله‌ی بعد به سراغ مضارب ۳ می‌رویم:

۶۹	۶۳	۵۷	۵۱	۴۵	۳۹	۳۳	۲۷	۲۱	۱۵	۹
۷۰۹	۷۰۸	۷۰۷	۷۰۶	۷۰۵	۷۰۴	۷۰۳	۷۰۲	۷۰۱	۷۰۰	۶۹۹

شماره : حاصل مضارب ۳ :

۷. گزینه ۱

مقسوم‌علیه اول :

$$111213 \Rightarrow \text{فقط } 11$$

۸. گزینه ۳

$$3^{100} : \{1, 3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, \dots, 3^{99}, 3^{100}\}$$

$$1 \times 3 \times 3^2 \times 3^3 \times 3^4 \times 3^5 \times \dots \times 3^{100}$$

نکته:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= 3^{1+2+3+\dots+100} = 3^{\frac{100 \times 101}{2}} = 3^{5050}$$

۹. گزینه ۲

$$\frac{a}{b} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}, (1, 5) = 1 \Rightarrow b - a = 5 - 1 = 4$$

۱۰. گزینه ۲ مضرب‌های ۱۱، ۵۰ تا ۱۶۰ عبارتند از ۵۵، ۷۷، ۸۸، ۹۹، ۱۱۰، ۱۲۱ و ...

چون قبل از عدد ۱۲۱ همه مضرب‌های ۱۱، مضرب‌های اعداد اول قبل از ۱۱ بوده‌اند، خط خورده‌اند. پس اولین مضرب ۱۱ که برای اولین بار خط می‌خورد، ۱۲۱ است.

۱۱. گزینه ۲ با دقت در گزینه‌های ۱، ۳ و ۴ می‌بینیم که پس از تجزیه، هر کدام به ۳ عدد اول متمایز بخش‌پذیر هستند، پس سه بار خط می‌خورند. داریم:

$$۱۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۵ \times ۳$$

$$۱۵۰ = ۲ \times ۳ \times ۵ \times ۵$$

$$۱۰۵ = ۳ \times ۷ \times ۵$$

اما عدد ۲۱۰ بر چهار عدد اول ۲، ۳، ۵ و ۷ بخش‌پذیر است، پس در غربال ۴ بار خط می‌خورد.

۱۲. گزینه ۲ چون گزینه ۱ با مضارب ۱۱، گزینه ۳ با مضارب ۷ و گزینه ۴ با مضارب ۳ خط می‌خورند و گزینه ۲ با مضارب ۱۱ بعد از ۱۲۱ خط می‌خورد، پس گزینه ۲ درست است.

۱۳. گزینه ۴ راه حل اول:

به کمک راهبرد جدول حدس و آزمایش، داریم:

بررسی	حاصل ضرب	عدد سوم	عدد دوم	عدد اول
×	۳۰	۵	۳	۲
×	۱۰۵	۷	۵	۳
✓	۳۸۵	۱۱	۷	۵

چون مسأله مجموع دو عدد بزرگ‌تر را خواسته، داریم: $۷ + ۱۱ = ۱۸$
راه حل دوم:

می‌توانیم ۳۸۵ را تجزیه کنیم:

$$۳۸۵ = ۵ \times ۱۱ \times ۷$$

در این صورت می‌بینیم که ۳۸۵ از حاصل ضرب سه عدد اول تشکیل شده است که مجموع دو عدد بزرگ‌تر عبارت است از:

$$۷ + ۱۱ = ۱۸$$

۱۴. گزینه ۴ نکته: شمارنده عدد A پس از تجزیه به عامل‌های اول، باید شامل پایه‌هایی باشد که در A وجود دارد و توان آن پایه‌ها کوچک‌تر یا مساوی توان پایه‌های نظیرش در A باشد.
مطابق نکته، ابتدا A را تجزیه می‌کنیم:

$$A = ۲۰^۴ \times ۲۱^۳ \times ۵۵^۲ = (۲^۲ \times ۵)^۴ \times (۳ \times ۷)^۳ \times (۵ \times ۱۱)^۲ = ۲^۸ \times ۵^۶ \times ۳^۳ \times ۷^۳ \times ۱۱^۲$$

با توجه به گزینه‌ها و توان آن‌ها، تنها گزینه ۴ می‌تواند شمارنده عدد A باشد.

۱۵. گزینه ۴

$$[a, b] = \frac{a \times b}{(a, b)}$$

$$\left. \begin{array}{l} ۴a = \underline{۲} \times \underline{۲} \times \underline{a} \\ ۱۸a = \underline{۲} \times \underline{۳}^۲ \times \underline{a} \end{array} \right\} \Rightarrow (۴a, ۱۸a) = ۲a \Rightarrow \frac{\cancel{۴a} \times ۱۸a}{\cancel{۲a}} = ۷۲ \Rightarrow ۳۶a = ۷۲ \Rightarrow a = ۲$$

پس گزینه ۴ درست است.

۱۶. گزینه ۳ می‌دانیم: $۳۳ = ۳ \times ۱۱$ ، پس:

با بررسی سؤال مشاهده می‌کنیم که عدد داخل مربع نباید مضربی از ۳ و ۱۱ باشد که در گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ مضرب‌های ۳ و ۱۱ به کار نرفته است و فقط در گزینه ۳ مضرب ۱۱ استفاده شده است.

$$۴ \times ۱۲۱ = ۴ \times ۱۱^۲$$

پس گزینه ۳ درست است.

۱۷. گزینه ۱ در روش غربال، اولین مضربی که از یک عدد اول خط می‌خورد مربع آن عدد است. (مضارب قبلی قبلاً خط خورده‌اند.)

عدد ۲۴۷ نوزدهمین مضرب ۱۳ است. از بین مضارب بعدی عدد ۱۳، اعداد ۲۶۰، ۲۷۳ و ۲۸۶ قبلاً خط خورده‌اند، چون مضرب ۲ یا ۳ هستند. پس از آن‌ها اولین عددی که خط می‌خورد مربع عدد ۱۷ یعنی ۲۸۹ است.

۱۸. گزینه ۳ عدد ۱ را خط می‌زنیم $\leftarrow$ بنابراین یک عدد خط می‌خورد.

مضارب عدد ۲ را به جز خودش خط می‌زنیم $\leftarrow$ بنابراین ۹۹ عدد خط می‌خورد.

از مضارب عدد ۳، زوجها قبلاً خط خورده‌اند و فقط اعداد فرد مضرب ۳ را به‌جز خودش خط می‌عددی که خط می‌خورد، ۱۰ تا از این مضارب را باید بشماریم، یعنی ۹، ۱۵، ۲۱، ۲۷، ۳۳، ۳۹، ۴۵، ۵۱، ۵۷، ۶۳ بنابرین صد و دهمین عددی که خط می‌خورد، عدد ۶۳ می‌باشد.

۱۹. گزینه ۱

$$(a, b) = 6 = 2 \times 3, b > a \left\{ \begin{array}{l} a \times b = a, b = 2^3 \times 3^3 = \begin{cases} 8 \times 27 \\ 36 \times 6 \\ 12 \times 18 \end{cases} \rightarrow a + b = 30. \\ [a, b] = 36 = 2^3 \times 3^2 \end{array} \right.$$

که طبق فرض سؤال درست است. حال $2a + b$ را حساب می‌کنیم:

$$2a + b = 2 \times 12 + 18 = 24 + 18 = 42$$

۲۰. گزینه ۲

$$\frac{(x, x \times x \times y) \div [x \times yx \times y \times x, x \times y \times y, x \times y]}{(x \times x \times x \times y \times y \times y, y \times y \times x \times x)}$$

$$= \frac{x \div x \times x \times x \times y \times y}{x \times x \times y \times y} = \frac{\cancel{x}xyy}{xyy} = \frac{1}{xyy} = \frac{1}{xxxyyyy} = \frac{1}{x^4y^4}$$

۲۱. گزینه ۱ باید به طور مساوی ضریب‌ها را بین A و B قسمت کنیم، تا حداکثر مقسوم علیه مشترک را دو عدد داشته باشند:

۶۴۸	۲	$\left. \begin{array}{l} 648 = 2^3 \times 3^4 \\ A = 2^2 \times 3^2 \\ B = 2 \times 3^2 \end{array} \right\} \Rightarrow (A, B) = 2 \times 3^2 = 18$
۳۲۴	۲	
۱۶۲	۲	
۸۱	۳	
۳۷	۳	
۹	۳	
۳	۳	
۱		

۲۲. گزینه ۴ a و b دو عدد متوالی‌اند، بنابرین:

$$(a, b) = 1$$

$$\frac{[a, [a, b]]}{(b, (a, b))} = \frac{[a, ab]}{(b, 1)} = \frac{ab}{1} = ab$$

۲۳. گزینه ۲ نکته: اگر n عددی زوج باشد آنگاه $a^n - b^n$ هم بر $(a - b)$ و هم بر $(a + b)$ بخش پذیر است. اما اگر n عددی فرد باشد آنگاه فقط بر $a - b$ بخش پذیر است.

توان ۷ عددی فرد است پس فقط بر $2 = 3 - 5$ بخش پذیر است.

۲۴. گزینه ۱ تعداد شمارنده‌های مشترک این سه عدد = تعداد شمارنده‌ی ب‌م‌م آن‌ها

$$200 = 2^3 \times 5^2 \quad 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5 \quad 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$(200, 540, 360) = 2^2 \times 5^1 \Rightarrow (2 + 1) \times (1 + 1) = 6$$

۲۵. گزینه ۲

مقلوب عدد ۹۸۷ برابر است با ۷۸۹

$$987 - 789 = 198$$

بخش پذیر بر ۳ → ۱۹۸
 بخش پذیر بر ۹ → ۱۹۸
 بخش پذیر بر ۱۱ → ۱۹۸

۲۶. گزینه ۱ این دو عدد دارای هیچ عامل مشترکی نیستند. پس ب م م آن ها ۱ است.

$$\left. \begin{array}{l} B = 2^{n-1} \\ A = 3^{n+1} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ب م م} = 1$$

۲۷. گزینه ۴ فقط ۶۴ دارای ۷ مقسوم علیه است.

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64\}$$

۲۸. گزینه ۲

(۴) صفر عدد طبیعی نیست.

(۳) ۸, ۶, ۴, ۹

(۲) ✓

(۱) ۲, ۳, ۵, ۷

عدد یک استثناء است.

۲۹. گزینه ۳ چون هر عدد اولی بر ۱ و خودش بخش پذیر است.

۳۰. گزینه ۱

$$A = 2^{q-1} \times p^{q-1} \times q^{p-1} \Rightarrow$$

$$(q-1+1)(q-1+1)(p-1+1) = (q)(q)(p) = q^2 p$$

۳۱. گزینه ۴

$$454 = 227 \times 2 \rightarrow \text{زوج اول} \times (2) = \text{زوج}$$

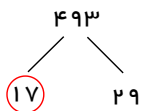
$$2 + 2 + 7 = 11$$

۳۲. گزینه ۲

$$A = 3^n \times 2^6 \quad \text{تعداد شمارنده} = (n+1)(6+1) = 63$$

$$(n+1)(7) = 63 \xrightarrow[\text{بر } 7]{\text{تقسیم بر طرفین}} x+1 = 9 \rightarrow n = 8$$

۳۳. گزینه ۲



۳۴. گزینه ۲ اعداد اول تا ۳۷ چک می شود.

$$\sqrt{1390} = 37.128$$

$$37 \times 37 = 1369$$

۳۵. گزینه ۳ b بر a بخش پذیر است، بنابراین:

$$\frac{[b, (a, b)]}{(b, [a, b])} = \frac{[b, a]}{(b, b)} = \frac{b}{b} = 1$$

۳۶. گزینه ۲ عدد ۱۱۰۱۱ بر ۱۱ بخش پذیر است.

و عدد $1^{23} + 76^{23} + 75^{24}$ دارای یکان $(2 = 1 + 6 + 5)$ می باشد، پس زوج است و بر ۲ بخش پذیر است.

۳۷. گزینه ۱ عدد ۱ نه مرکب است و نه اول و تنها مقسوم علیه آن ۱ است.

۳۸. گزینه ۳

تنها عدد اولی که مقسوم علیه زوج دارد ۲ می باشد.

۳۹. گزینه ۲

$$95 = 2 \times 3^2 \times 5, \quad 42 = 2 \times 3 \times 7, \quad 108 = 2^2 \times 3^3$$

بنابراین ب‌م‌م آن‌ها برابر $6 = 3 \times 2$ و کم‌م $7 \times 5 \times 3^3 \times 2^2$ است.
۴۰. گزینه ۳

$$B = 2 \times a^2 \times b \times c \quad A = 2 \times 3 \times a \times x \times b^3$$

$ab = 2 \times m$

۴۱. گزینه ۱ اگر از مضارب ۳ تعداد مضارب ۱۵ را کم کنیم حاصل تعداد اعدادی می‌شوند که بر ۳ بخش‌پذیرند ولی بر ۵ بخش‌پذیر نیستند.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{100}{3} = 33 \Rightarrow 3 \text{ مضارب هم دو رقمی هم یک رقمی عدد} \\ \frac{10}{3} \simeq 3 \Rightarrow 3 \text{ مضارب یک رقمی عدد} \end{array} \right\} \text{ مضارب } 2 \text{ رقمی } 30 = 3 \text{ تا}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{100}{15} \simeq 6 \Rightarrow 15 \Rightarrow \text{ مضارب یک رقمی و دو رقمی عدد} \\ \frac{10}{15} \simeq 0 \Rightarrow 15 \Rightarrow \text{ مضارب یک رقمی عدد} \end{array} \right\} \text{ مضارب } 2 \text{ رقمی عدد } 15 = 6 \text{ تا}$$

$$30 - 6 = 24$$

$\Rightarrow$ اعداد دو رقمی که مضرب ۳ هستند
 ولی ۵ نه!

۴۲. گزینه ۲

$$2^1 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1 \times 11^1 \Rightarrow 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

۴۳. گزینه ۱

$$900 = 5^2 \times 2^2 \times 3^2$$

$$\frac{(2+1)(2+1)(2+1)}{3} = \frac{3 \times 3 \times 3}{3} = 9$$

۴۴. گزینه ۳ در گزینه‌ی ۱، ۲۵ تنها دارای شمارنده‌ی اول ۵، ۵۱ دارای شمارنده‌های اول ۳ و ۱۷ و ۷۵ دارای شمارنده‌های اول ۳ و ۵ است. $\times$

در گزینه‌ی ۲، ۲۵ تنها دارای شمارنده‌ی اول ۵، ۵۱ دارای شمارنده‌های اول ۳ و ۱۷ و ۶۴ دارای شمارنده‌ی اول ۸ است. $\times$
 در گزینه‌ی ۴، ۹ دارای شمارنده‌ی اول ۳، ۸۱ دارای شمارنده‌ی اول ۳ و ۳۵ دارای شمارنده‌های اول ۵ و ۷ است. $\times$
 اما در گزینه‌ی ۳، هر سه عدد فقط دارای هر دو شمارنده‌ی اول ۳ و ۵ هستند. $\checkmark$
 پس گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۴۵. گزینه ۳ تعداد اعداد کوچک‌تر از ۱۰۰۰ که بر ۱۹ بخش‌پذیرند برابر است با خارج قسمت ۱۰۰۰ بر ۱۹
 $1000 = 19 \times 52 + 2 \Rightarrow$ ۵۲ عدد کوچک‌تر از ۱۰۰۰ و بخش‌پذیر بر ۱۹

تعداد اعداد کوچک‌تر از ۱۰۰ که بر ۱۹ بخش‌پذیرند برابر است.
 $100 = 19 \times 5 + 5 \Rightarrow$ ۵ عدد کوچک‌تر از ۱۰۰ که بر ۱۹ بخش‌پذیر است.

چون اعداد سه رقمی مد نظر است پس باید بین ۱۰۰ و ۱۰۰۰ باشند.

$$52 - 5 = 47$$

۴۶. گزینه ۲

$$27000 = 2^3 \times 5^3 \times 3^3 \quad \text{تعداد کل مقسوم‌علیه} = (3+1)(3+1)(3+1) = 64$$

۱ + تعداد عوامل اول + تعداد عوامل مرکب = تعداد کل مقسوم‌علیه

نام :		اداره کل آموزش و پرورش مدیریت آموزش و پرورش دیپستان:	نام درس: ریاضی هشتم		فصل : ۲	
نام خانوادگی :			تاریخ امتحان:		مدت امتحان:	
نام پدر :			دیپ :		نام کلاس :	
نمره :		نام و نام خانوادگی و امضای مصحح:				
		سوالات در صفحه				

$$\rightarrow 64 = x + 3 + 1 \rightarrow x = 64 - 4 = 60$$

۳، ۵، ۲ = تعداد کل مقسوم علیه

۴۷. گزینه ۲

$$2 \times 5 \times 3 \times 7 = 210$$

۴۸. گزینه ۱

$$\frac{a}{b} = k \rightarrow \begin{cases} a = bk \\ [a, b] = bk \end{cases} \Rightarrow \frac{bk}{bk} = 1$$

$$\frac{a}{[a, b]} = \frac{a}{a} = 1$$

۴۹. گزینه ۲

$$(m, n) = 1 \Rightarrow \frac{([m, n], (m, n))}{([m, m], (n, n))} = \frac{(mn, 1)}{(m, n)} = \frac{1}{1} = 1$$

۵۰. گزینه ۳

$$A \times B = A, B = CD \rightarrow (AB, CD) = (AB, AB) = AB$$

روش اول: این سؤال را با مثال حل می کنیم. فرض می کنیم: $(A, B) = C$ $[A, B] = D$

$$A = 4, B = 6 \quad \left. \begin{array}{l} (4, 6) = 2 \\ [4, 6] = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow (24, 24) = 24$$

روش دوم: حتما CD بر AB بخش پذیر است، بنابراین ب.م.م آن عدد کوچک تر یعنی AB است.