

۹۷ / ۰۳ / ۱۱

آزمون ورودی پایه دهم

دبیرستان های دوره دوم استعداد های درخشان و نمونه دولتی

ریاضی

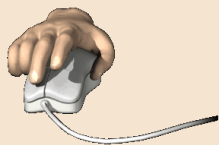
سراسر کشور در سال تحصیلی ۹۸ - ۹۷

۲- منابع، تعداد و ضرایب سؤالات آزمون و مدت زمان پاسخ گویی به آنها، به شرح جداول زیر است:

سؤالات استعداد تحلیلی	تعداد سؤال	مدت پاسخ گویی
استعداد تحلیلی	۱۵	۱۵ دقیقه
نمره کل استعداد تحلیلی	۴۵	

سؤالات استعداد تحصیلی	تعداد سؤال	ضریب	منابع طرح سؤال	مدت پاسخ گویی
قرآن و معارف اسلامی (قرآن و پیام های آسمان)	۸	۲	سؤالات از محتوای تمامی کتاب های درسی پایه هشتم سال تحصیلی ۹۶-۱۳۹۵ و تمامی کتاب های درسی پایه نهم سال تحصیلی ۹۷-۱۳۹۶ طراحی خواهد شد.	۱۰۵ دقیقه
زبان و ادبیات فارسی	۱۵	۲		
مطالعات اجتماعی (تاریخ، جغرافیا، اجتماعی)	۱۵	۱		
علوم تجربی	۱۷	۲		
ریاضیات	۲۰	۳		
جمع کل	۷۵		نمره کل استعداد تحصیلی: ۴۶۵	

استعداد تحصیلی





و - **سؤال های ریاضیات:** پاسخ صحیح سؤال های زیر را از میان جواب های پیشنهاد شده انتخاب کنید و شماره ی آن را در پاسخنامه از ردیف ۷۱ تا ۹۰ علامت بزنید.

۷۱- به جای x چند مقدار صحیح مختلف می توان قرار داد تا مقدار عددی عبارت $(x^2 - 1)(x^2 - 2)(x^2 - 4)$ برابر با صفر شود؟

(۴) شش

(۳) چهار

(۲) دو

(۱) یک

$$(x^2 - 1)(x^2 - 2)(x^2 - 4) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm 1$$

$$x^2 - 2 = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$$

$$x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm 2$$



پاسخ صحیح

۴



۲

۱





۷۲- می خواهیم جدول مقابل را طوری پر کنیم که جمع اعداد هر سطر و ستون و قطر

عددی ثابت باشد در مورد X چه می توان گفت؟

X		
۲		۵
		۷

(۱) می تواند هر عددی باشد.

(۲) تنها می تواند صفر باشد.

(۳) عددی بزرگ تر از ۷ است

(۴) حتماً عددی بین ۵ و ۷ است.

$$۲ + ۵ + \cancel{۷} = ۷ + X + \cancel{۲} \Rightarrow X = ۰$$

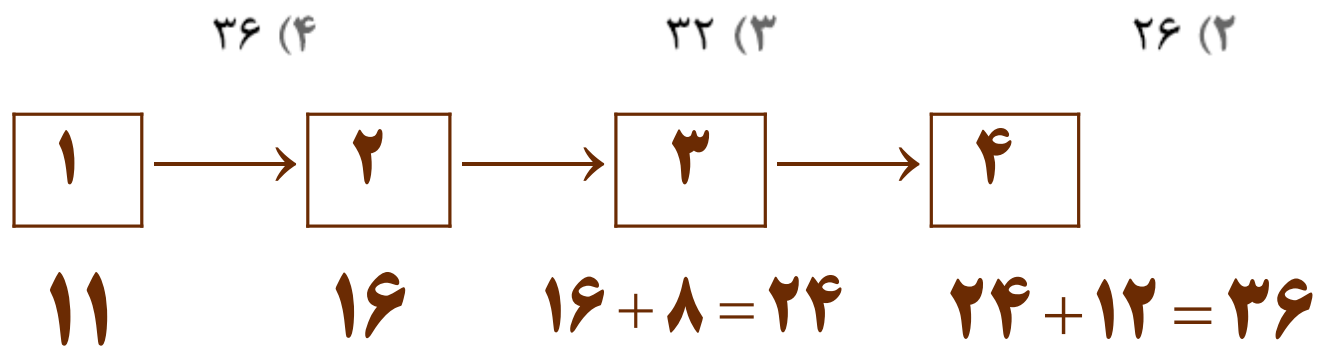


پاسخ صحیح





۷۳- امیرحسین ۱۱ تکه کاغذ روی میز شماره ۱ دارد او تکه کاغذها را به نوبت از میز شماره ۱ به میز شماره ۲ منتقل می کند. در نوبت های زوج امیرحسین تکه کاغذی را که در حال جابجا شدن است نصف می کند. بنابراین در انتها ۱۶ تکه کاغذ روی میز شماره ۲ دارد. برای انتقال تکه کاغذها از میز ۲ به میز ۳ و سپس از میز ۳ به میز ۴ امیرحسین همین روش را تکرار می کند. او در پایان روی میز شماره ۴ چند تکه کاغذ دارد؟



پاسخ صحیح

☒

☐

☐

☐





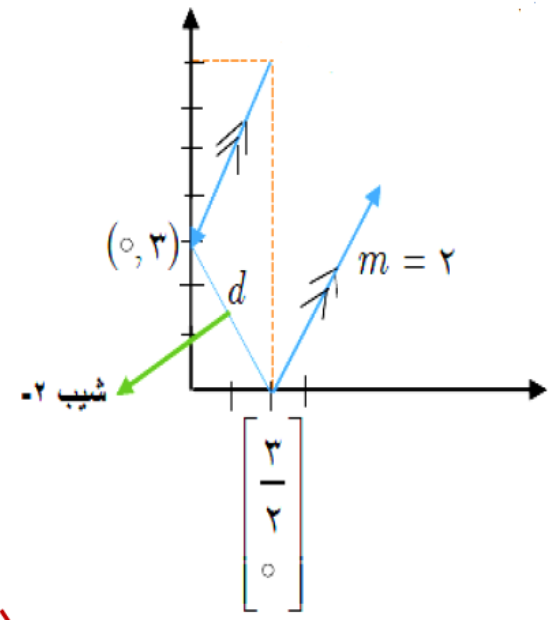
۷۴- یک پرتو نور از نقطه‌ی $(۲, ۷)$ به نقطه‌ی ۳ روی محور y ها می‌تابانیم. هر دو محور x ها و y ها مانند آینه عمل می‌کنند. پس از دومین بازتاب پرتو نور با چه شیبی ادامه‌ی مسیر خواهد داد؟

(۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴) $-\frac{1}{2}$

$$(۲, ۷) \Rightarrow m = \frac{۷ - ۳}{۲ - \diamond} = ۲$$

$$(y - ۳) = -۲(x - \diamond) \longrightarrow y = -۲x + ۳$$

$$y = \diamond \longrightarrow x = \frac{۳}{۲}$$



دو خط موازی شیب برابر دارند

پاسخ صحیح

- ☐ ۴
- ☐ ۳
- ☐ ۲
- ☒





۷۵- با ۳۰ مکعب توپر هم اندازه به ضلع یک سانتی متر، چند مکعب مستطیل توپر متفاوت به حجم ۳۰ سانتی متر مکعب می توان ساخت؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

$$1 \times 1 \times 30 = 30$$

$$1 \times 2 \times 15 = 30$$

$$1 \times 3 \times 10 = 30$$

$$1 \times 5 \times 6 = 30$$

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$



پاسخ صحیح

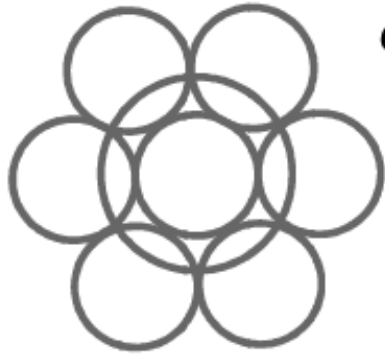
۴

۳



۱





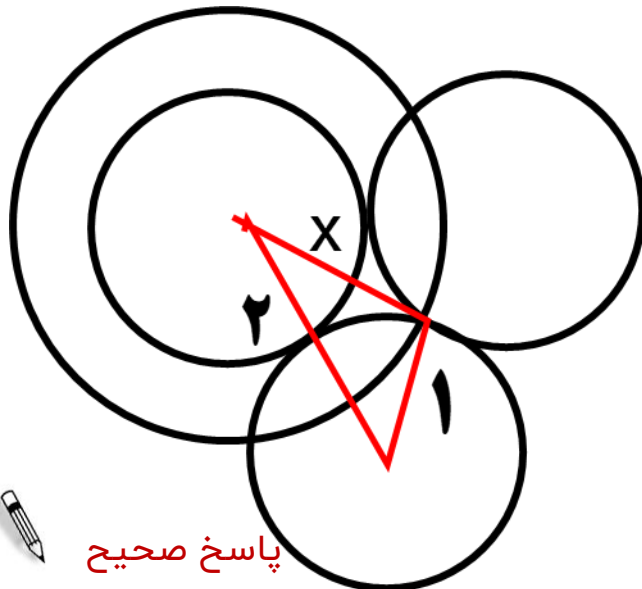
۷۶- شعاع هر ۷ دایره‌ی کوچک در شکل مقابل برابر ۱ است. دایره‌ی بزرگ از نقطه‌های مماس شدن دایره‌های کوچک می‌گذرد. شعاع دایره‌ی بزرگ چقدر است؟

$$\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$\sqrt{5} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{2} \quad (۲)$$

$$۲ \quad (۱)$$



$$x^2 = 2^2 - 1 = 3 \rightarrow x = \sqrt{3}$$



پاسخ صحیح





۷۷- هر یک از اعداد یک تا صد را با یکی از دو رنگ آبی و قرمز، رنگ آمیزی می کنیم.

می دانیم هیچ ۷ عدد متوالی، آبی رنگ نیستند. حداقل چند عدد را قرمز کرده ایم؟

(۱) عدد ۱۴ (۲) عدد ۱۵ (۳) عدد ۱۶ (۴) عدد ۱۷

در بدترین حالت تنها مضربهای ۷ قرمز هستند بنابر این تعداد عدد های قرمز حد اقل ۱۴ خواهد بود

$$100 \div 7 \approx 14$$



پاسخ صحیح





۷۸- در یک گروه از مسابقات فوتبال، ۴ تیم وجود دارد که هر یک با سه تیم دیگر گروه مسابقه می دهند. اگر نتیجه ی بازی تساوی بود هر کدام، یک امتیاز کسب می کنند. اگر نتیجه تساوی نباشد تیم برنده ۳ امتیاز و تیم بازنده صفر امتیاز می گیرد. در پایان مسابقات، مجموع امتیازات هر ۴ تیم، چند عدد مختلف می تواند باشد؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

$$\frac{4(4-1)}{2} = 6 \text{ کل بازی}$$

$$6 \times 2 = 12 \text{ رفت و برگشت}$$

۱۲, ۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸

کمترین

بیشترین



پاسخ صحیح

۴

✓

۲

۱





۷۹- مریم یک عدد دو رقمی به تصادف انتخاب کرده است. احتمال این که حاصل ضرب ارقام عددی زوج باشد چه قدر است؟

$$\frac{3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{2}{8} \quad (2)$$

$$\frac{7}{14} \quad (3)$$

$$\frac{13}{18} \quad (4)$$

در صورتی زوج خواهد بود که یکی از اعداد زوج باشد. از اصل متمم استفاده می کنیم ابتدا تمام اعداد دو رقمی را می شماریم و سپس اعدادی که هر دو رقم آن ها فرد است را کل کم می کنیم .

$$\frac{65}{90} =$$

$$90 - 25 = 65$$

$$10 \times 9 = 90$$

$$5 \times 5 = 25$$

(۱, ۳, ۵, ۷, ۹)



پاسخ صحیح

☒

☐

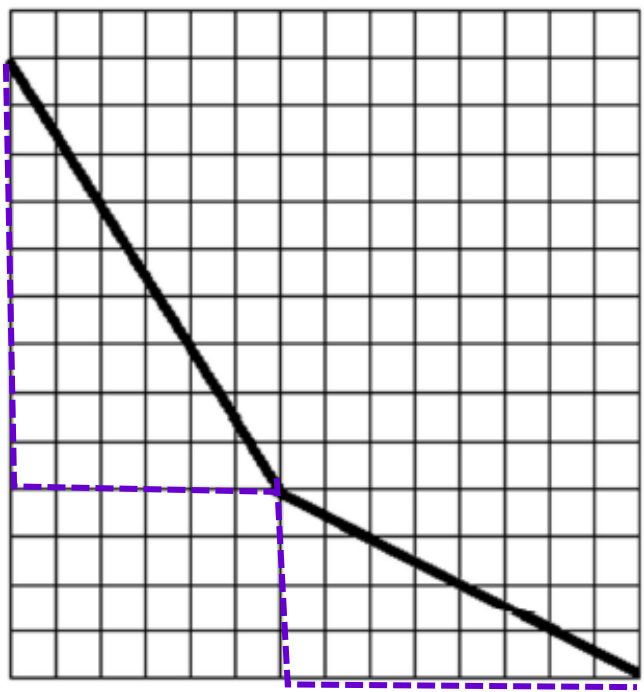
☐

☐





۸۰- یک مخزن استوانه‌ای آب، دوازده شیر خروجی دارد که همواره با سرعتی ثابت و برابر از آن‌ها آب خارج می‌شود. می‌دانیم تعدادی از شیرهای خروجی مخزن هم‌زمان از کار افتاده‌اند. اگر تصویر زیر بخشی از نمودار ارتفاع آب این مخزن بر حسب زمان باشد چه تعداد از شیرهای خروجی از کار افتاده‌اند؟



- | | |
|-------|--------|
| (۱) ۴ | (۲) ۶ |
| (۳) ۸ | (۴) ۱۰ |

در ۶ واحد زمانی ۹ واحد از ارتفاع آب کم شده اگر همین طور کار ادامه داشت در ۸ واحد زمانی بعدی انتظار داشتیم ۱۲ واحد از ارتفاع آب کم شود زیرا :

$$\frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

اما به جای ۱۲ واحد ۴ واحد از ارتفاع کم شده. این نشان می‌دهد ۸ تا شیرخروجی از کار افتاده است.



پاسخ صحیح

- ۴

✓

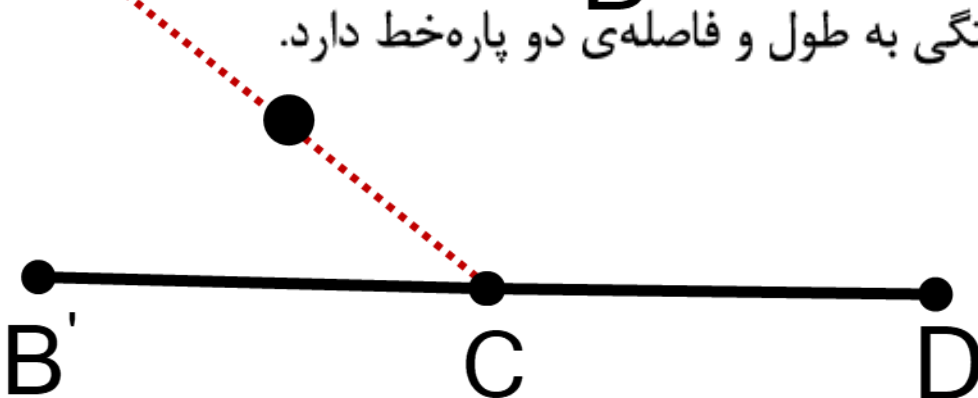
۲

۱





ابتدا پاره خط AB را نسبت به وسط AC به اندازه ۱۸۰ درجه دوران می دهیم تا AB' به CB' منتقل شود و سپس CB' را نسبت به مرکز C به اندازه ۱۸۰ درجه دوران می دهیم تا CB' به CD منتقل شود. بنابراین دو دوران نیاز است.



۱ یک دوران

۲ دو دوران

۳ سه دوران

۴ بستگی به طول و فاصله ی دو پاره خط دارد.



پاسخ صحیح





۸۲- یازده زیرمجموعه‌ی غیرمساوی از $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ را طوری انتخاب می‌کنیم که از هر دوتای آن‌ها، یکی زیرمجموعه‌ی دیگری باشد. اگر A و B و C به ترتیب مجموعه‌های ۷، ۵ و ۳ عضوی این ۱۱ مجموعه باشند در مورد $A \cup (B - C)$ چه می‌توان گفت؟

(۲) ۹ عضوی است.

(۱) ۱۱ عضوی است.

(۴) ۵ عضوی است.

(۳) ۷ عضوی است.

مجموعه سه عضوی زیر مجموعه ی مجموعه ۵ عضوی و مجموعه ۵ عضوی زیر مجموعه ی مجموعه ۷ عضوی است. پس اجتماع حاصل ۷ عضوی است.



پاسخ صحیح

۴

☒

۲

۱





۸۳- حاصل تقسیم $1 / \overline{1}$ بر $0 / 11111$ کدام است؟

(۱) $0 / 900009$

(۲) $1 / \overline{1}$

(۳) $1 / 00001$

(۴) $1 / 00001$

$$0 / \overline{1} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{1}{9} \div 0 / 11111 = \frac{1}{9} \times \frac{100000}{11111} = \frac{100000}{99999} = 1 / \overline{00001}$$



پاسخ صحیح





۸۴- جمع دو مثلث به اضلاع $a \leq b \leq c$ و $a' \leq b' \leq c'$ مثلثی است به اضلاع $a + a'$ و $b + b'$ و $c + c'$ کدام گزینه در مورد جمع دو مثلث متساوی الساقین درست است؟

(۱) ممکن است یک مثلث متساوی الساقین باشد.

(۲) قطعاً یک مثلث متساوی الساقین نیست. **رد گزینه ۲** $(5 \leq 7 \leq 7) \rightarrow (2 \leq 3 \leq 3) (3 \leq 4 \leq 4)$

(۳) قطعاً یک مثلث متساوی الساقین است. **رد گزینه ۳** $(4 \leq 5 \leq 6) \rightarrow (2 \leq 3 \leq 3) (2 \leq 2 \leq 3)$

(۴) ممکن است مثلثی تشکیل ندهد. **رد گزینه ۴** **ملاحظه می کنید که مثلث تشکیل می شود.**

مثلث حاصل ممکن است متساوی الساقین باشد. پاسخ به این وابسته است که قاعده مثلث از دو ضلع دیگر بزرگتر یا کوچکتر باشد همچنین این اتفاق باید در مثلث دیگر افتاده باشد.

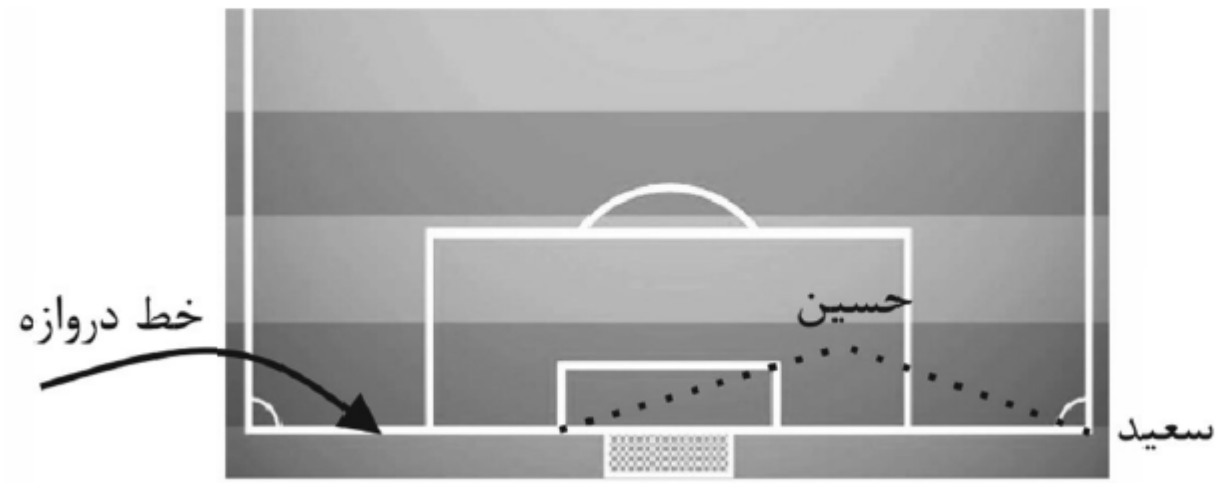


پاسخ صحیح





۸۵- مطابق شکل زیر سعید می‌خواهد از گوشه‌ی زمین به حسین پاس بدهد تا حسین توپ را به تیر دروازه بزند. حسین، از فاصله‌ی ۵ متری خط دروازه، در چه فاصله‌ای از سعید بایستد تا توپ در مجموع کوتاه‌ترین مسیر ممکن را طی کند؟ (می‌دانیم عرض این زمین فوتبال ۴۰ متر و طول دروازه ۸ متر است)



۴ (۱۳ متر

۳ (۱۲ متر

۲ (۸ متر

۱ (۶ متر



پاسخ صحیح

کمترین فاصله زمانی اتفاق می افتد که حسین روی رأس مثلث متساوی الساقین قرار گرفته باشد که سعید و تیرک دو رأس دیگر آن باشند.

۴

۳

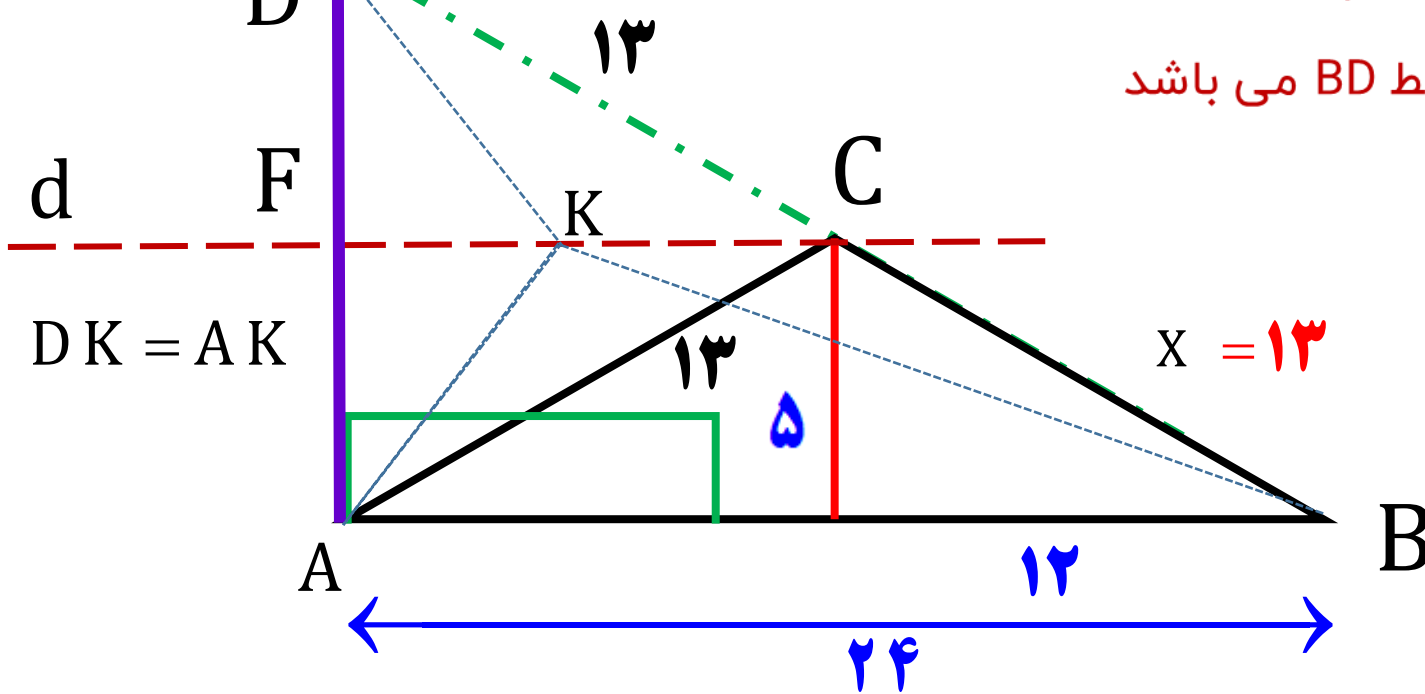
۲

۱



خط d موازی AB رسم شده و D قرینه A بنابراین $AF=FD$

پس C هم وسط BD می باشد



$$X^{\vee} = 12^{\vee} + 5^{\vee} \rightarrow X^{\vee} = 169 \rightarrow X = 13$$

مسیر $BC + AC$ برابر با BD و از هر مسیر دیگری مانند $KD + KB = KA + KB$

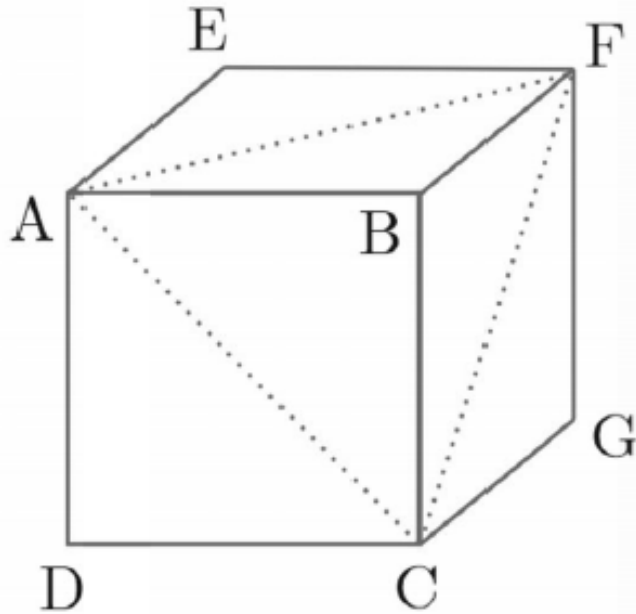
کوتاهتر خواهد بود (ضلع مثلث از مجموع دو ضلع دیگر کوتاهتر است)

پاسخ صحیح





۸۶- مطابق شکل روبه‌رو از مکعبی به طول ضلع یک با رأس‌های A,B,C,D,E,F,G,H



هرم ACFB را بریده‌ایم. به همین ترتیب
هرم‌های EAFH و GFCH و DACH را
می‌بریم. حجم شکل باقی‌مانده کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

(۱) صفر

$$\frac{1}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۳)$$

حجم مکعب یک واحد مکعب است.

$$V = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right) = \frac{1}{6}$$

حجم هرم ACFB که ارتفاع آن AB و قاعده مثلث BCF است.

سه هرم دیگر نیز همین حجم را دارند بنابراین حجم باقیمانده برابر
است با .

$$V = 1 - 4 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$



پاسخ صحیح





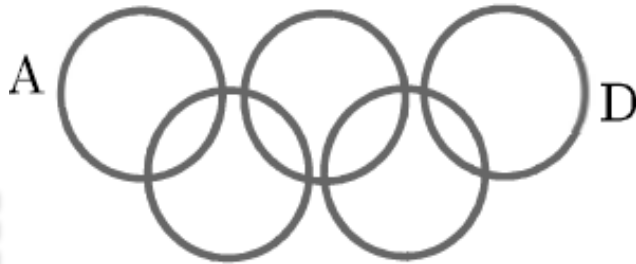
۸۷- شکل روبه‌رو نمودار ون تعدادی از زیرمجموعه‌های متفاوت $\{1, 2, 3\}$ را نشان می‌دهد
کدام گزینه در مورد $A \cup D$ درست است؟

(۱) می‌تواند دو عضوی باشد.

(۲) حتماً یک عضوی است.

(۳) می‌تواند سه عضوی باشد.

(۴) این مجموعه نمی‌تواند پنج عضوی باشد.



با توجه به شکل : A و D هریک باید دست کم دو عضوی باشند. و سه مجموعه دیگر هریک دست کم سه عضوی باشند. اما $\{1, 2, 3\}$ تنها یک زیر مجموعه سه عضوی دارد.
و نمی‌توان سه زیرمجموعه ی ۳ عضوی متمایز از آن داشت بنابراین این ۵ مجموعه نمی‌توانند متفاوت باشند.



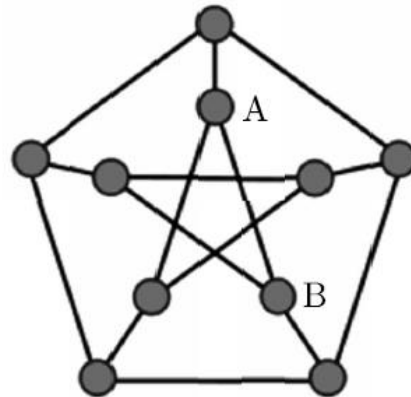
پاسخ صحیح





متن زیر را با دقت بخوانید.

در نقشه‌ی روبه‌رو ۱۰ «شهر» با دایره‌های کوچک و ۱۵ «جاده‌ی» بین آن‌ها با پاره‌خط نشان داده شده‌اند. منظور از یک «جاده» پاره‌خطی مانند AB است که دو رأس آن روی دو شهر باشد. می‌دانیم که فقط در شهرها می‌توان از یک جاده به جاده‌ی دیگر رفت.



با توجه به متن فوق به پرسش‌های «۸۸» تا «۹۰» پاسخ دهید.



پاسخ صحیح

۴	۳	۲	۱
---	---	---	---

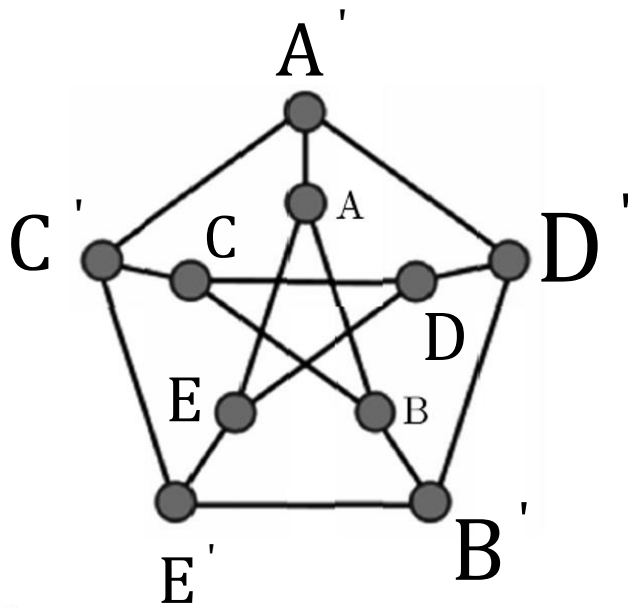




۸۸- می‌خواهیم از شهر A شروع به حرکت کنیم و در طول مسیر از هیچ جاده‌ی تکراری رد نشویم و دوباره به شهر A برگردیم. حداقل از چند جاده باید عبور کنیم؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) بیشتر از ۵

با بررسی گراف می‌بینیم حداقل از ۵ جاده باید عبور کنیم. مسیرهای دیگر کوتاه‌تر نیستند



$A A' D' B' B A$



پاسخ صحیح





۸۹- درباره‌ی درستی جملات زیر چه می‌توان گفت؟

الف- می‌توانیم از یک شهر شروع به حرکت کنیم و بدون اینکه از شهر تکراری عبور کنیم همه‌ی ۹ شهر دیگر را ببینیم.

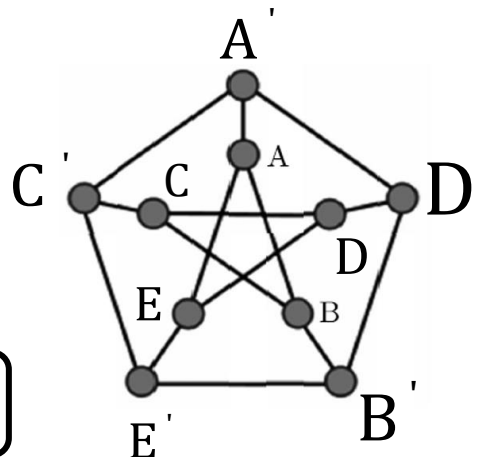
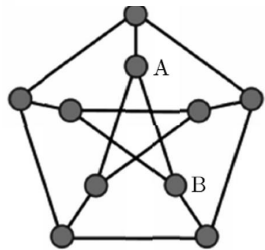
ب- می‌توانیم از یک شهر شروع به حرکت کنیم و بدون اینکه از شهر تکراری عبور کنیم همه‌ی ۹ شهر دیگر را ببینیم و به شهر اول برگردیم.

(۱) هر دو جمله درست است.

(۲) تنها جمله‌ی «الف» درست است.

(۳) تنها جمله‌ی «ب» درست است.

(۴) هیچ یک درست نیست.



جمله الف درست است .

$A B C D E E' B' D' A' C'$

گزینه ب غیر ممکن است .

پاسخ صحیح

۴

۳

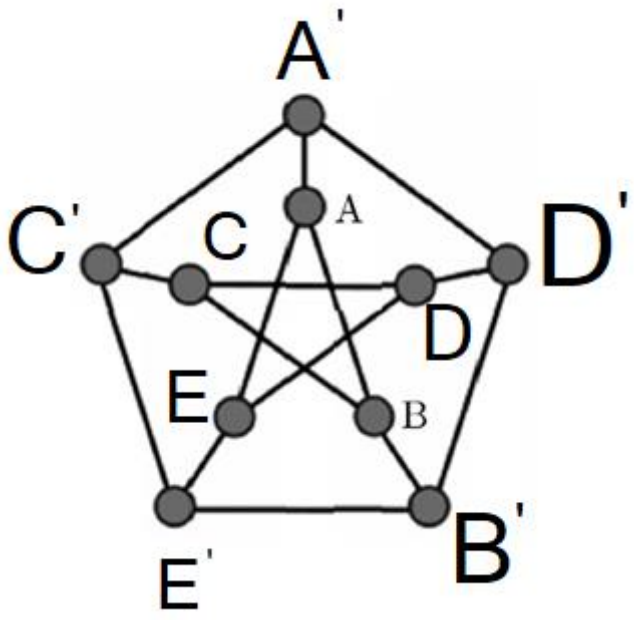


۱





۹۰- فاصله‌ی دو شهر یعنی کمترین تعداد جاده‌ای که باید از آن عبور کنیم تا از یک شهر به شهر دیگر برسیم. در این نقشه، دو شهری که بیشترین فاصله را دارند در نظر بگیرید. فاصله‌ی این دو شهر چقدر است؟



- (۱) کمتر از ۳
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) بیشتر از ۴

با انتخاب هر شهر حد اکثر با دو مسیری توان به شهر دیگر رفت



پاسخ صحیح

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒

